HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **WINTER-SEMESTER 2016/2017**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis B	NAME:	
DATUM:	16. November 2016		
ZEIT:	11:30 – 12:30	SEMESTER:	
PRÜFER:	Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 30 Punkte

Aufgabe 1.

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{10n}}{n!} = \boxed{}$$

b)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k + 1}{5^k} = \boxed{}$$

c)

$$\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{3}{\sqrt{n^\alpha + 3}} + \frac{\sqrt{n^\alpha + 3}}{n^3} \right) \text{ konvergiert genau für } \boxed{}$$

Aufgabe 2.

a)

$$\sum_{k=0}^{\infty} 3^k \cdot x^k = \boxed{} \text{ für } x \in \boxed{}$$

b)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i!} \cdot x^i = \boxed{} \text{ für } x \in \boxed{}$$

c)

$$\sum_{i=87}^{\infty} \frac{i+1}{i^2+1} \cdot (x+1)^i \quad \text{hat den Konvergenzradius } R = \boxed{}$$

und konvergiert (genau) für $x \in I = \boxed{}$

Aufgabe 3. Entwickeln Sie die angegebenen Funktionen in eine Taylorreihe um 0. Geben Sie die Reihe sowohl in Summenschreibweise, als auch in aufzählender Schreibweise mit mindestens fünf nicht verschwindenden Gliedern an.

a)

$$x^2 \cdot e^{2x} = \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

b)

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \boxed{}$$

$$= \boxed{}$$

Abschnitt B. .... 30 Punkte

Aufgabe 4.

a)

$$\ddot{x} - 3\dot{x} \;=\; 2016$$

besitzt die allgemeine Lösung

$x(t) =$ $\boxed{}$

b)

Geben Sie eine homogene lineare Differentialgleichung für $y(x)$ mit konstanten Koeffizienten an, deren allgemeine Lösung die Funktion $x \cdot \sin 3x$ enthält.

Differentialgleichung: $\boxed{}$

Aufgabe 5.

a)

$$y' + \frac{y}{x} = 76 + 54x \quad \text{mit} \quad y(-1) = 67$$

besitzt die Lösung

$y(x) =$ $\boxed{}$

mit dem Definitionsbereich $D =$ $\boxed{}$

b)

$$y' = \frac{x+1}{9x^2+1} - \frac{\frac{1}{9}}{x+1} \quad \text{mit} \quad y(0) = 9$$

besitzt die Lösung

$y(x) =$ $\boxed{}$

mit dem Definitionsbereich $D =$ $\boxed{}$