

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2016

---

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME: 

DATUM: 12. Mai 2016

ZEIT: 14:00 – 15:00

SEMESTER: PRÜFER: Dr. Wolfgang Erben

---

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

**UNBEDINGT BEACHTEN:**

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

**Abschnitt A.** ..... **18 Punkte****Aufgabe 1.** Vorgelegt sind die beiden komplexen Zahlen

$$z_1 = -5 + i\sqrt{3} \quad \text{und} \quad z_2 = -5 \cdot i\sqrt{3}$$

a) Die Zahl  $z_2$  hat den Realteil , den Imaginärteil , den Betrag  und das Argument .

b) Es ist

$$|z_1 - \frac{2}{5}\bar{z}_2| =$$

$$\text{Im}(|z_1^2|) + \text{Re}(|z_2^2|) =$$

c) Weiter ist

$$z_2 \cdot z_1 =$$

$$\frac{z_2}{z_1} =$$

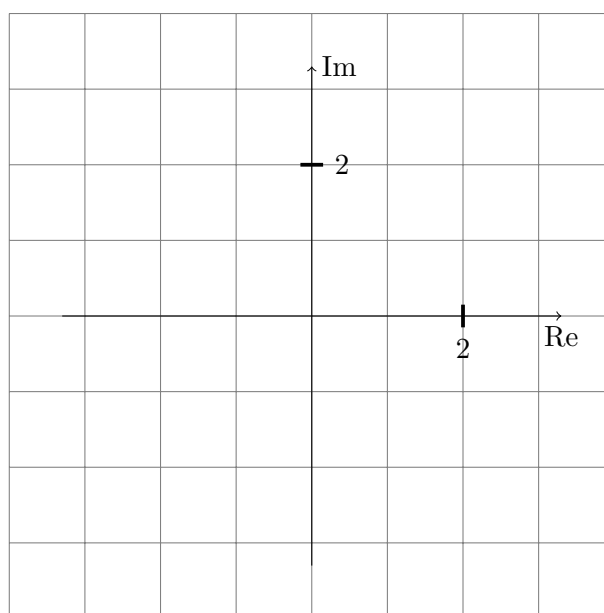
**Aufgabe 2.** Geben Sie das Ergebnis in kartesischer Darstellung  $x + iy$  an:

a)  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 + i} =$

b)  $\frac{2^9 + i^9}{2^{10} + i^{10}} =$

c)  $e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\frac{\pi}{4}} =$

**Aufgabe 3.** Zeichnen und schraffieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge  $M = \{ z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) \leq 1 \text{ und } |z - 1 + i| \leq \sqrt{2} \}$ .



**Abschnitt B.** ..... **15 Punkte****Aufgabe 4.** Die Funktion

$$f(x) = \ln \frac{4x - 5}{6x - 7}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich  $D(f) =$ Ihre Umkehrfunktion ist  $f^{-1}(x) =$ mit dem Definitionsbereich  $D(f^{-1}) =$ und dem Wertebereich  $W(f^{-1}) =$

**Aufgabe 5.** Die Funktion

$$g(x) = \frac{3}{4 - 2 \arctan x}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich  $D(g) =$

und den Wertebereich  $W(g) =$

Ihre Umkehrfunktion ist  $g^{-1}(x) =$

mit dem Definitionsbereich  $D(g^{-1}) =$

**Abschnitt C.** ..... **15 Punkte****Aufgabe 6.**

a)  $\frac{d}{dx} \sqrt{7 + \cos e^{8x}} =$

b)  $f(x) = (-1 + x + \frac{9}{2}x^2) \cdot e^{x^2} + e^{2x} \cdot e^{3x} \cdot e^{4x}$

$f'(x) =$

c)  $g(x) = 2 \cos^2 x + 64 \ln \sqrt{\frac{x+1}{x+2}} + 2 \sin^2 x$

$\frac{dg}{dx} =$

**Aufgabe 7.**  $f(x, y) = 5 + \frac{1}{3x - 5y} + e^{x+y} \cdot \cos(x - y)$

$f_x(x, y) =$

$f_y(x, y) =$

$f_{xx}(x, y) =$

$f_{xy}(x, y) =$

$f_{yx}(x, y) =$

**Abschnitt D.** ..... **12 Punkte****Aufgabe 8.**  $f(x) = \sin 2x + \cos 3x$ 

Geben Sie das 0-te Taylor-Polynom  $p_0$ , das 2-te Taylor-Polynom  $p_2$  und das 4-te Taylor-Polynom  $p_4$  von  $f$  um den Entwicklungspunkt  $a = 0$  an.

$$p_0(x) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$p_2(x) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$p_4(x) = \boxed{\phantom{0}}$$



**Aufgabe 9.**  $f(x) = (x + 3)^2 + (x + 2)^3$

Geben Sie die Taylor-Polynome  $p_1$  vom Grad 1,  $p_3$  vom Grad 3,  $p_5$  vom Grad 5 und  $p_7$  vom Grad 7 um den Entwicklungspunkt  $a = 1$  an.

$$p_1(x) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$p_3(x) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$p_5(x) = \boxed{\phantom{0}}$$

$$p_7(x) = \boxed{\phantom{0}}$$