

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM WINTER-SEMESTER 2009/2010

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

DATUM: 15. Dezember 2009

ZEIT: 14:00 – 15:00

SEMESTER: PRÜFER: Prof. Dr. Wolfgang Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **15 Punkte****Aufgabe 1.**

a) Die komplexe Zahl

$$z_a = 5i - 5$$

hat den Betrag und das Argument .

Ihre Exponentialdarstellung ist

$$z_a = \text{}.$$

b) Die komplexe Zahl

$$z_b = 8 \cdot e^{i\frac{5\pi}{2}}$$

hat den Betrag und das Argument .Die normale Darstellung der Zahl z_b (über Real- und Imaginärteil) ist

$$z_b = \text{}.$$

c) Die komplexe Zahl

$$z_c = e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\frac{5\pi}{3}}$$

hat den Betrag und das Argument .

Aufgabe 2.

a)

$$(2i + 1) \cdot (7 - i) = \boxed{}$$

b)

$$\frac{17i}{3 + 5i} = \boxed{}$$

c)

$$\left| (3 - i) \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \right| = \boxed{}$$

Abschnitt B. **10 Punkte****Aufgabe 3.**

a) Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$$

besitzt genau eine stationäre Stelle, nämlich bei $x_s =$

Es handelt sich dabei um ...

- einen Hochpunkt ^{ja} ^{nein},
- einen Tiefpunkt ^{ja} ^{nein},
- einen Sattelpunkt ^{ja} ^{nein}.

b) Der Wertebereich von f ist $W(f) =$.

Die Funktion ist ...

- nach unten beschränkt ^{ja} ^{nein},
- nach oben beschränkt ^{ja} ^{nein},
- beschränkt ^{ja} ^{nein}.

c) Die Einschränkung $f|_{[1, \infty)}$ ist ...

- monoton fallend ^{ja} ^{nein},
- monoton wachsend ^{ja} ^{nein},
- streng monoton ^{ja} ^{nein}.

Abschnitt C. **20 Punkte****Aufgabe 4.**

a) $f(x) = \cos(x^2)$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

b) $f(x) = e^{3x} \cdot (5 - \sin 2x)$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

c) $f(x) = \ln \frac{\sqrt[3]{x}}{1+x}$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

Aufgabe 5. $f(x, y) = e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2$

$$f_x(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_y(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{xy}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{yx}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

Abschnitt D. **15 Punkte****Aufgabe 6.**

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 7n^2}{4n^2 + 7n} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5 - 2n^2)^3}{(3n + 1)^2(n^4 + 1)} =$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + 7^n}{n^7 + 5^n} =$

Aufgabe 7.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x^3 - 4x^2 + x - 2} =$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x - \cos x} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-5x} + e^{5x} - 2}{x^2} =$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} =$