

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM WINTER-SEMESTER 2009/2010

---

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

DATUM: 15. Dezember 2009

ZEIT: 14:00 – 15:00

SEMESTER:

PRÜFER: Prof. Dr. Wolfgang Erben

---

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

**UNBEDINGT BEACHTEN:**

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

**Abschnitt A.** ..... **15 Punkte****Aufgabe 1.**

a) Die komplexe Zahl

$$z_a = 5i - 5$$

hat den Betrag  und das Argument .

Ihre Exponentialdarstellung ist

$$z_a = \text{}.$$

b) Die komplexe Zahl

$$z_b = 8 \cdot e^{i\frac{5\pi}{2}}$$

hat den Betrag  und das Argument .Die normale Darstellung der Zahl  $z_b$  (über Real- und Imaginärteil) ist

$$z_b = \text{}.$$

c) Die komplexe Zahl

$$z_c = e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\frac{5\pi}{3}}$$

hat den Betrag  und das Argument .

**Aufgabe 2.**

a)

$$(2i + 1) \cdot (7 - i) = \boxed{\phantom{00000000}}$$

b)

$$\frac{17i}{3 + 5i} = \boxed{\phantom{00000000}}$$

c)

$$\left| (3 - i) \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \right| = \boxed{\phantom{00000000}}$$

**Abschnitt B.** ..... **10 Punkte****Aufgabe 3.**

a) Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$$

besitzt genau eine stationäre Stelle, nämlich bei  $x_s =$

Es handelt sich dabei um ...

- einen Hochpunkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- einen Tiefpunkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- einen Sattelpunkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>.

b) Der Wertebereich von  $f$  ist  $W(f) =$  .

Die Funktion ist ...

- nach unten beschränkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- nach oben beschränkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- beschränkt  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>.

c) Die Einschränkung  $f|_{[1, \infty)}$  ist ...

- monoton fallend  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- monoton wachsend  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>,
- streng monoton  <sup>ja</sup>  <sup>nein</sup>.

**Abschnitt C. .... 20 Punkte****Aufgabe 4.**

a)  $f(x) = \cos(x^2)$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

b)  $f(x) = e^{3x} \cdot (5 - \sin 2x)$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

c)  $f(x) = \ln \frac{\sqrt[3]{x}}{1+x}$

$f'(x) =$

$f''(x) =$

**Aufgabe 5.**  $f(x, y) = e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2$

$$f_x(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_y(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{xy}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{yx}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{\phantom{e^{3x} \cdot (5 - \sin 2y) + (x + y)^2}}$$

**Abschnitt D.** ..... **15 Punkte****Aufgabe 6.**

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 7n^2}{4n^2 + 7n} =$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5 - 2n^2)^3}{(3n + 1)^2(n^4 + 1)} =$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 + 7^n}{n^7 + 5^n} =$

**Aufgabe 7.**

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{2x^3 - 4x^2 + x - 2} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x - \cos x} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-5x} + e^{5x} - 2}{x^2} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} =$