HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART | STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2012

FACH: Ergänzungen zur Analysis B

NAME:

DATUM: 24. April 2012

ZEIT: 17:30 – 18:30

SEMESTER:

PRÜFER: Prof. Dr. Wolfgang Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 15 Punkte

Aufgabe 1.

a) $$\int \frac{e^{3x}}{7+e^{3x}}\,dx \quad = \boxed{}$$

b) $$\int_{\frac{3}{4}}^{\infty} \left(\frac{x}{1+x^2} - \frac{1}{1+x}\right) dx \quad = \boxed{}$$

Aufgabe 2.

a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{7}\right)^n = \boxed{}$$

b) $$\sum_{n=-2}^{\infty} \frac{1}{(n^2+1)^\alpha} \quad \text{konvergiert genau für} \boxed{}$$

Abschnitt B. .... 22 Punkte

Aufgabe 3.

a) Die Taylorreihe von $f(x) = e^x + \dfrac{1}{x-1}$ um 0

in Summenschreibweise ist $\boxed{}$

b) Für $g(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{5}{6}x^3 - \dfrac{23}{24}x^4 - \dots$

ist $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x^2} = \boxed{}$ und $\displaystyle\lim_{x\to 0+} \frac{g(x)}{x^3} = \boxed{}$

Aufgabe 4.

a) Geben Sie eine überall konvergente, aber nicht abbrechende Potenzreihe $f(x)$ an, die im Punkt $M(0,5)$ ein relatives Maximum besitzt:

$f(x) = \boxed{}$

b) Geben Sie eine Potenzreihe $g(x)$ mit Konvergenzradius 1 an, die bei $x = 2$ einen Sattelpunkt besitzt:

$g(x) = \boxed{}$

Abschnitt C. .... 23 Punkte

Aufgabe 5.

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + 5y' = 3x$

ist

b) Die Lösung des Anfangswertproblems $\ddot{x} + 3x = 0, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 87$

ist

Aufgabe 6.

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y' + 4 \cdot \dfrac{y}{x} = 15$

ist

b) Die Lösung des Anfangswertproblems $y' = \dfrac{x}{y}, \quad y(0) = -3$

ist