Thema: Ableitungen

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen $f(x)$:

a) $(1-2x^2)^9$ b) $(1+x^2)\cdot(1+3x)^4$

c) $8\cdot(1-x)\cdot\sqrt[4]{(1-x)^3}$

d) $\dfrac{1-x^2}{\sqrt{x}}$ e) $\dfrac{1-2x}{1+x}$

f) $\dfrac{x^3}{(1-2x)^4}$ g) $\sqrt{1+\sqrt{x}}$

Aufgabe 2. Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen $f(x)$:

a) $\tan(1-3x^2)$ b) $e^{-\pi x^2}$ c) $(\pi^{3x})^5$

d) $\pi^{(3x)^5}$ e) $\cos(x\cdot\ln x)$

Aufgabe 3. Differenzieren Sie die folgenden Funktionen $f(x)$ nach x:

a) $f(x)=\ln\left(x\cdot e^{-\sin(2x)}\right)$

b) $f(x)=x^2\cdot\arctan(\sqrt{x})$

c) $f(x)=\ln\left(\dfrac{\sin^2(3x)}{\sqrt[3]{x^3+1}}\right)$

Aufgabe 4. Bestimmen Sie a und b so, dass die Funktion

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & \text{wenn } x\le 2\\ ax^2+bx+1 & \text{wenn } x>2\end{cases}$$

bei $x_0=2$ differenzierbar ist.

Prüfungen und Tests

Aufgabe 5. (SS07, Prüfungsvorleistung Analysis 1, ohne Hifsmittel)

Begründen Sie die folgende Aussage mittels vollständiger Induktion:

$$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{(n)}=\frac{2\cdot n!}{(1-x)^{n+1}}\qquad\text{für alle } n\in\mathbb{N}$$

Nachtrag zu komplexen Zahlen

Aufgabe 6. Zeichnen und schraffieren Sie in der komplexen Zahlenebene jeweils die Menge M aller $z\in\mathbb{C}$, welche die folgenden Bedingungen erfüllen.

Beschreiben Sie die Menge M und ihren Rand ∂M mit Worten. Geben Sie M und ∂M auch mathematisch präzise an. Prüfen Sie, ob die Menge M offen oder abgeschlossen ist.

a) $|z-2+i|<\sqrt{5}$

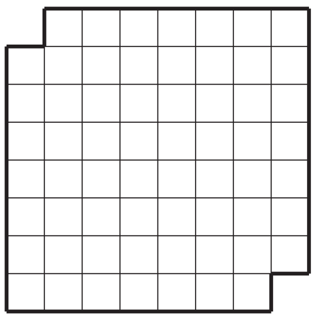
b) $1\le|z-2+i|\le\sqrt{5}$

c) $-1\le\mathrm{Im}(z)<2$

d) $\mathrm{Im}(z)\ge -1$ und $|z-2+i|\le\sqrt{5}$

Zum Knobeln

Aufgabe 7. Lässt sich ein 8×8-Quadrat, bei dem zwei gegenüberliegende Eckfelder entfernt wurden,



vollständig mit Dominosteinen (der Größe 2×1) bedecken?

Bemerkung: Es wird vorausgesetzt, dass jeder Dominostein zwei benachbarte Felder des Brettes bedeckt und dass jedes Feld mit je einer Dominohälfte abgedeckt wird.