

Thema: Ungleichungen

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen. Prüfen Sie jeweils, ob die Lösungsmenge offen oder abgeschlossen oder - im Falle eines Intervalls - halboffen ist.

- a) $7 - x > x - 7$
 b) $7 - x \leq \frac{1}{x - 7}$
 c) $\frac{7 - x}{x - 1} < \frac{1 - x}{x - 7}$
 d) $\frac{x - 7}{24} \geq \frac{1 - x}{x - 7}$

Thema: Funktionen und ihre Eigenschaften

Aufgabe 2. Bestimmen Sie den (maximalen) Definitionsbereich und den Wertebereich der Funktion $f(x) =$

- a) $\sqrt{3x - 2}$
 b) $\sqrt{-x^2 + 4}$
 c) $\ln(1 - x^2)$
 d) $\sqrt{\ln(x^2 - 1)}$
 e) $\ln|1 - x|$

Aufgabe 3. Geben Sie für die folgenden Funktionen jeweils den maximalen Definitionsbereich und den zugehörigen Wertebereich an.

- a) $f_0(x) = 2x + 3 - x^2$
 b) $f_1(x) = \sqrt{2x + 3 - x^2}$
 c) $f_2(x) = |2x + 3 - x^2|$
 d) $f_3(x) = \sqrt{|2x + 3 - x^2|}$
 e) $f_4(x) = \frac{1}{\sqrt{|2x + 3 - x^2|}}$

Aufgabe 4. Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{|x - a|}$$

mit $D(f) = [0, 3] \setminus \{a\}$ in Abhängigkeit des reellen Parameters a auf Monotonie, Beschränktheit, Injektivität, Symmetrie und Asymptoten.

Aufgabe 5.

a) Konstruieren Sie eine ungerade, überall stetige Funktion mit Periode 2, welche bei 0 und 1 nicht differenzierbar ist. Was lässt sich über den Funktionswert an der Stelle -1 aussagen?

b) Konstruieren Sie eine gerade, überall stetige Funktion mit Periode 2, welche bei 0 nicht differenzierbar ist. Was lässt sich über die Tangente an der Stelle 5 aussagen?

c) Konstruieren Sie eine nach oben, aber nicht nach unten beschränkte Funktion mit Periode 1. Kann eine derartige Funktion gerade sein? Kann sie ungerade sein?

Zum Knobeln

Aufgabe 6. Auf wieviel Nullen endet die Zahl 1000! (1000 Fakultät)?

Aufgabe 7.

a) Wie lautet das Bildungsgesetz der endlichen Folge 10, 11, 12, 13, 14, 20, 22, 101, 1010 ?

b) Die endliche Folge 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, ... besitzt ein analoges Bildungsgesetz. Wie viele Glieder hat diese Folge und wie lautet das letzte Glied?