

Thema: Integrationsmethoden

Aufgabe 1. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int \frac{x-5}{x^2-x-2} dx$

b) $\int \frac{dx}{(4x^2-1)^2}$

c) $\int \frac{5}{x^3+2x^2+5x} dx$

Aufgabe 2. Berechnen Sie

a) $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{x^2-4} dx$ b) $\int_1^3 \frac{2x^2-1}{x^3+x^2} dx$

c) $\int_{-\frac{5}{2}}^{-\frac{3}{2}} \frac{dx}{x^3+5x^2+9x+5}$

Aufgabe 3. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int e^x \cos 2x dx$

b) $\int x^2 \sin x dx$

c) $\int e^x \sinh x dx$

d) $\int x \arctan x dx$

Aufgabe 4. Berechnen Sie folgende Integrale:

a) $\int_1^2 x \ln x dx$ b) $\int_0^\pi x \cos x dx$

c) $\int_0^1 \arctan x dx$ d) $\int_0^1 (x^4-3x) e^x dx$

Aufgabe 5. Berechnen Sie Stammfunktionen der folgenden Funktionen:

a) $e^x \sin x + x^2 e^{3x}$

b) $5x^7 - x^{-\pi} + \frac{1}{e^x - 1}$

c) $(x^3 - 2)(x - 1)$

d) $\frac{1}{\sin^2 x - \sin^4 x}$

Thema: Uneigentliche Integrale

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren und berechnen Sie ihren Wert.

a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$

b) $\int_0^\infty \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{\sin x}{1+x^2} dx$

d) $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx$

Aufgabe 7. Welche der folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren?

a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\sin x}}$

b) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + e^x}$

c) $\int_{-\infty}^\infty x dx$

d) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$

Aufgabe 8. Prüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren. Berechnen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$

b) $\int_{\frac{3}{5}}^\infty \frac{dx}{x^2 \sqrt{|x^2-1|}}$

Aufgabe 9. Berechnen Sie in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$ das Integral

$$\int_0^\infty \arctan 5x - \arctan 7x + \frac{a}{x+1} dx$$

Zeigen Sie, dass es für genau ein $a \in \mathbb{R}$ konvergiert.