

Thema: Partielle Ableitungen

Aufgabe 1. $z(x, y) = 2y^2 - x(x - 1)^2$

a) Die partiellen Ableitungen dieser Funktion zweier Veränderlicher sind

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{-3x^2 + 4x - 1}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{4y}$$

b) Die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung sind

$$z_{xx} = \boxed{-6x + 4}, \quad z_{xy} = \boxed{0}$$

$$z_{yy} = \boxed{4}, \quad z_{yx} = \boxed{0}$$

Aufgabe 2. $z(x, y) = x \cdot e^{-(x^2+y^2)}$

a) Die partiellen Ableitungen dieser Funktion zweier Veränderlicher sind

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \boxed{(1 - 2x^2) \cdot e^{-(x^2+y^2)}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \boxed{-2xy \cdot e^{-(x^2+y^2)}}$$

b) Bei $(0, 0)$ ist der Gradient $\boxed{(1, 0)}$, bei $(1, 1)$ ist er $\boxed{-\frac{1}{e^2} \cdot (1, 2)}$.

An der Stelle $(0, \sqrt{\ln 86})$ ist der Gradient $\boxed{(\frac{1}{86}, 0)}$.

c) Die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung sind

$$z_{xx} = \boxed{2x(2x^2 - 3) \cdot e^{-(x^2+y^2)}}$$

$$z_{xy} = \boxed{2y(2x^2 - 1) \cdot e^{-(x^2+y^2)}}$$

$$z_{yy} = \boxed{2x(2y^2 - 1) \cdot e^{-(x^2+y^2)}}$$

$$z_{yx} = \boxed{z_{xy} = \dots}$$