HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **WINTER-SEMESTER 2008/2009**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	
DATUM:	26. November 2008		
ZEIT:	10:00 – 11:00	SEMESTER:	
PRÜFER:	Prof. Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- Skizzen und Berechnungen müssen auf den ***ausgeteilten*** **Konzeptblättern** durchgeführt werden. Die Konzeptblätter sollen ***nicht*** abgegeben werden.

Abschnitt A. .... 20 Punkte

Aufgabe 1.

a) Die komplexe Zahl

$$z_a = -7i$$

hat den Realteil $\boxed{}$, den Imaginärteil $\boxed{}$, den Betrag $\boxed{}$ und das Argument $\boxed{}$.

Ihre Exponentialdarstellung ist

$$z_a = \boxed{}$$

Die konjugiert komplexe Zahl ist

$$\overline{z_a} = \boxed{}$$

b) Die komplexe Zahl

$$z_b = 3 \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

hat den Betrag $\boxed{}$ und das Argument $\boxed{}$.

Die Exponentialdarstellung der konjugiert komplexen Zahl ist

$$\overline{z_b} = \boxed{}$$

Die normale Darstellung der Zahl z_b (über Real- und Imaginärteil) ist

$$z_b = \boxed{}$$

Aufgabe 2.

a)

$$(i+3)\cdot(4-i) \quad = \quad \boxed{}$$

b)

$$\frac{25}{i-7} \quad = \quad \boxed{}$$

c)

$$\left|\frac{5i-1}{2i+3}\right| \quad = \quad \boxed{}$$

d)

$$1+e^{i\pi} \quad = \quad \boxed{}$$

Abschnitt B. .... 20 Punkte

Aufgabe 3.

a) Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) \quad = \quad 1 \; - \; 2 \cdot e^{-3x}$$

hat den Wertebereich $W(f) = \boxed{}$.

Ihre Ableitung

$$f'(x) = \boxed{}$$

hat den Wertebreich $W(f') = \boxed{}$.

f ist monoton fallend *ja* $\square$ *nein* $\square$, monoton wachsend *ja* $\square$ *nein* $\square$.

f' ist monoton fallend *ja* $\square$ *nein* $\square$, monoton wachsend *ja* $\square$ *nein* $\square$.

b) Begründen Sie, dass obige Funktion f eine Umkehrfunktion besitzt:

f ist $\boxed{}$ $\Longrightarrow$

$\Longrightarrow$ f ist $\boxed{}$ $\Longleftrightarrow$ f hat eine Umkehrfunktion

Diese Umkehrfunktion

$$f^{-1}(x) = \boxed{}$$

hat den Definitionsbereich $D(f^{-1}) = \boxed{}$ und den Wertebereich $W(f^{-1}) = \boxed{}$.

f^{-1} ist monoton fallend *ja* $\square$ *nein* $\square$, monoton wachsend *ja* $\square$ *nein* $\square$.

Aufgabe 4.

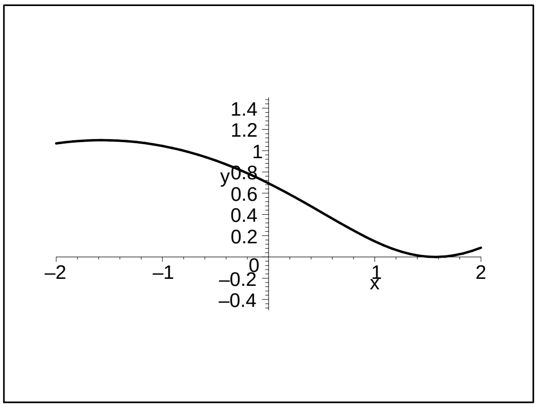
a) Nebenstehendes Schaubild zeigt die Funktion

$$f(x) = \ln(2 - \sin x)$$

(Maximaler) Definitionsbereich und Wertebereich sind

$D(f) \quad = \quad \boxed{}$

$W(f) \quad = \quad \boxed{}$



b) Die Funktion $f(|x|) = \ln(2 - \sin|x|)$ ist periodisch *ja* ☐ *nein* ☐, beschränkt *ja* ☐ *nein* ☐, gerade *ja* ☐ *nein* ☐, ungerade *ja* ☐ *nein* ☐, stetig *ja* ☐ *nein* ☐, differenzierbar *ja* ☐ *nein* ☐.

c) Die Funktion $|f(x)| = |\ln(2 - \sin x)|$ ist periodisch *ja* ☐ *nein* ☐, beschränkt *ja* ☐ *nein* ☐, gerade *ja* ☐ *nein* ☐, ungerade *ja* ☐ *nein* ☐, stetig *ja* ☐ *nein* ☐, differenzierbar *ja* ☐ *nein* ☐.

Abschnitt C. .... 20 Punkte

Aufgabe 5.

a) $f(x) = (1 + \sin x)^4$

$f'(x) = \boxed{}$

b) $f(x) = \ln \ln x$

$f'(x) = \boxed{}$

c) $f(x) = \ln \ln \ln x$

$f'(x) = \boxed{}$

Aufgabe 6. $f(x) = 3x^2 + e^{-x}$

a) $f''(x) = \boxed{}$

b) $f^{(10)}(x) = \boxed{}$

c) $f^{(101)}(x) = \boxed{}$

Aufgabe 7. $f(x) = 3x^2 \cdot e^{-x}$

a) $f'(x) =$

b) $f''(x) =$

c) $f'''(x) =$

Aufgabe 8. $f(x,y) = 3x^2 \cdot e^{-y} + 3x^2 + e^{-y}$

$f_x(x,y) =$

$f_y(x,y) =$

$f_{xx}(x,y) =$

$f_{xy}(x,y) =$

$f_{yx}(x,y) =$

$f_{yy}(x,y) =$