

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2017

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

DATUM: 17. Mai 2017

ZEIT: 11:30 – 12:30

SEMESTER: PRÜFER: Dr. Wolfgang Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **18 Punkte****Aufgabe 1.** Vorgelegt sind die beiden komplexen Zahlen

$$z_1 = i - 7 \quad \text{und} \quad z_2 = 2(1 + i)$$

a) Die Zahl z_1 hat den Realteil , den Imaginärteil und den Betrag .

b) z_2 hat den Betrag und das Argument . Es ist $|z_2^3| =$.

c) Weiter ist

$$z_1 \cdot z_2 = \text{$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \text{$$

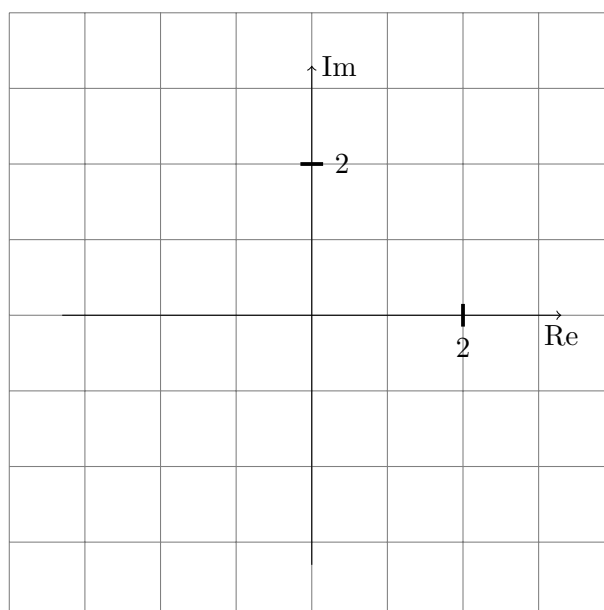
Aufgabe 2.

a) $\frac{|2i + \sqrt{5}|}{3 - i} =$

b) $\frac{2^{10}}{9i^9 + 11i^{11}} =$

c) $e^{i\frac{\pi}{4}} + 2e^{i\frac{2\pi}{4}} + 3e^{i\frac{3\pi}{4}} =$

Aufgabe 3. Zeichnen und schraffieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge $M = \{ z \in \mathbb{C} \mid |z| < 3 \text{ und } |z - 1 - 2i| \geq \sqrt{2} \}$.



Abschnitt B. **16 Punkte****Aufgabe 4.** Die Funktion

$$f(x) = \frac{7e^x - 5}{6e^x - 4}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(f) =$ Ihre Umkehrfunktion ist $f^{-1}(x) =$ mit dem Definitionsbereich $D(f^{-1}) =$ und dem Wertebereich $W(f^{-1}) =$

Aufgabe 5. Die Funktion

$$g(x) = \sqrt{6 + x - x^2}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(g) =$

Ihr absolutes Maximum erreicht sie an der Stelle $x =$

Der Wertebereich ist $W(g) =$

Es ist $g(\{\frac{1}{2}\}) =$

, $g(\{-2\}) =$

und $g(\{-2, 3\}) =$

sowie $g^{-1}(\{0\}) =$

und $g^{-1}(\{-1\}) =$

Abschnitt C. 14 Punkte**Aufgabe 6.**

a) $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sin^3 4x$

$f'(x) =$

b) $\frac{d}{dx} [e^{3x}(2 \cos 5x - 4 \sin 5x)] =$

c) $g(x) = (1-x^6)(1+x^6) + x\sqrt{x} + \ln \frac{e^x}{x^7}$

$\frac{dg}{dx} =$

Aufgabe 7. $f(x, y) = \ln(7 - 3x + 5y^2)$

$$f_x(x, y) = \boxed{}$$

$$f_y(x, y) = \boxed{}$$

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{}$$

$$f_{xy}(x, y) = \boxed{}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{}$$

Abschnitt D. **12 Punkte****Aufgabe 8.** $f(x) = e^{-2x}(5 - x)$

a) Geben Sie das 0-te Taylor-Polynom p_0 , das 2-te Taylor-Polynom p_2 und das 3-te Taylor-Polynom p_3 von f um den Entwicklungspunkt $a = 0$ an.

$$p_0(x) = \boxed{}$$

$$p_2(x) = \boxed{}$$

$$p_3(x) = \boxed{}$$

b) Geben Sie das 1-te Taylor-Polynom q_1 und das 3-te Taylor-Polynom q_3 von f um den Entwicklungspunkt $a = -1$ an.

$$q_1(x) = \boxed{}$$

$$q_3(x) = \boxed{}$$