Thema: Taylor-Polynome

Aufgabe 1. Berechnen Sie an den Stellen $x = 0$ und $x = 1$ die Ableitungen der Funktion

a) $f(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

b) $g(x) = 10 - |14x - 2|$

Warum besitzt das Schaubild der Funktion $f(x)$ zwischen $x = 0$ und $x = 1$ einen Punkt mit waagrechter Tangente? Warum versagt die entsprechende Schlussfolgerung bei der Funktion $g(x)$?

Aufgabe 2. Berechnen Sie das vierte Taylor-Polynom mit Entwicklungspunkt 0 für folgende Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$

b) $f(x) = \ln \dfrac{1-x}{1+x}$

Aufgabe 3. Berechnen Sie das dritte Taylor-Polynom der Funktion $f(x) = x^3$ mit dem Entwicklungsmittelpunkt ...

a) -1 b) 0 c) 1

... und geben Sie jeweils das zugehörige Restglied an. Was fällt dabei auf? Wie kann man im vorliegenden Fall die Taylor-Polynome auch ohne Ableiten berechnen?

Prüfungen und Tests

Aufgabe 4. (SS07, Analysis 1)

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \ln(1 + x)$$

a) Geben Sie den Definitionsbereich von $f(x)$ an.

b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

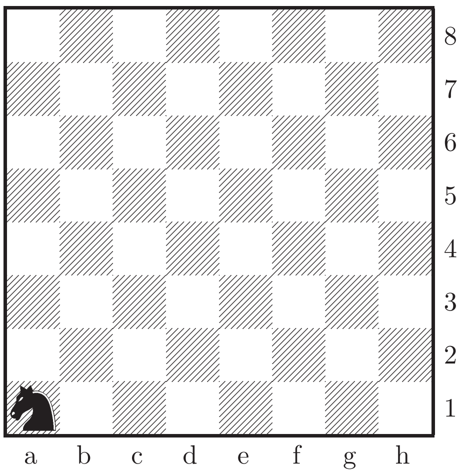
$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{(n+1)} \cdot (n-1)!}{(x+1)^n}$$

c) Geben Sie mit Hilfe des Resultats aus b) das Taylorpolynom n-ten Grades mit Entwicklungspunkt $a := 0$ an.

Hinweis: Die Prüfungsaufgabe enthält zwei weitere Aufgabenteile zur Integration.

Zum Knobeln

Aufgabe 5. Kann ein Springer vom Feld $a1$ nach $h8$ gelangen, wenn er dabei jedes Feld des Brettes genau einmal betritt?



Aufgabe 6. Mit blauen Lego-Steinen der Größe 4×1 und 2×2 wurde auf einer Grundplatte ein See dargestellt. Nun wird einer der 4×1-Steine an anderer Stelle benötigt. Dafür wäre noch genau ein 2×2-Stein verfügbar. Kann damit der gleiche See gebaut werden?