

Thema: Exponentialform komplexer Zahlen
--

Prüfungen und Tests

Aufgabe 1. Geben Sie für folgende komplexe Zahlen die normale Darstellung (durch Real- und Imaginärteil) an:

- a) $3e^{i\frac{5\pi}{6}}$
 b) $-5 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$
 c) $7e^{i\pi}$

Aufgabe 2. Wie heißen die folgenden Zahlen in Exponentialform?

- a) $-1 - i$
 b) $-1 + i$
 c) $3 + 4i$
 d) $-3 - 4i$
 e) $2i$
 f) 2

Aufgabe 3. Berechnen Sie

- a) $\left(i + \frac{1}{1+i}\right)^6$
 b) $\left(i + \frac{1}{1+i}\right)^{18}$
 c) $\left((1+i) \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)^9$

Zum Knobeln

Aufgabe 4. Berechnen Sie ohne Hilfsmittel (Taschenrechner, Maple):

- a) $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$
 b) $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$
 c) $\lg 5 \cdot \lg 20 + \lg^2 2$

Hinweis: Die Ergebnisse sind ganzzahlig.

Aufgabe 5.

Im Weblog zur Vorlesung finden Sie unter dem Menü-Punkt *Prüfungen und Tests* den *Test 1* aus dem Wintersemester 2007/2008.

Die Aufgaben 1 und 2 des Tests betreffen die Grundrechenarten bei komplexen Zahlen. Lösen Sie diese Aufgaben, möglichst unter Prüfungsbedingungen. Beachten Sie insbesondere, dass bei derartigen Tests keinerlei Hilfsmittel zugelassen sind.

Aufgabe 6. (aus der Prüfung für den Schein in Angewandter Höherer Mathematik 1 im Sommersemester 2005)

$$z_a = \sqrt{3} - i, \quad z_b = 1 - i,$$

$$z_c = 4e^{5\pi i/3}$$

a) Geben Sie für $z_a = \sqrt{3} - i$ den Realteil, den Imaginärteil und den Betrag an.

b) In welchen Quadranten der Gaußschen Zahlenebene liegt die komplexe Zahl $z_b = 1 - i$? Welches Argument (im Bogenmaß) hat sie?

Wie lautet die konjugiert komplexe Zahl? Welches Argument hat sie und in welchem Quadranten liegt sie?

c) Welchen Betrag besitzt die Zahl $z_c = 4e^{5\pi i/3}$? Hat sie einen positiven oder einen negativen Realteil? Welches Vorzeichen hat der Imaginärteil?

Für einige $n \in \mathbb{N}$ ist die Potenz z_c^n reell. Geben Sie ein derartiges n an und berechnen Sie z_c^n für dieses n .

d) Welchen Betrag hat die Zahl $z_{d1} = z_c \cdot z_a$? Welches Argument besitzt die Zahl $z_{d2} = z_c/z_b$?