

Vorkenntnisse

Hinweis: Die folgende Aufgabe finden Sie auch als Online-Aufgabe im Weblog der Vorlesung und zwar unter dem Namen *Potenz-Rechenregeln*. Leicht verändert ist sie Bestandteil des Mindestanforderungskatalogs Mathematik der Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern.

Aufgabe 1. Ordnen Sie (ohne Verwendung des Taschenrechners!) die angegebenen Zahlen der Größe nach, beginnend mit der kleinsten.

- 8, $2^{-3.3}$, 4, $(\sqrt{3})^{-7}$,
- 0.25, 0, $0.5^{-2.4}$, 1, $2^{-7.2}$,
- $3^{-3.3}$, $3^{-3.6}$, $0.5^{2.4}$, $4^{-3.8}$

Thema: Die wichtigsten reellen Funktionen

Aufgabe 2. Für welche Funktionen existiert - eventuell auf einem Teilbereich des Definitionsbereichs - eine Umkehrfunktion? Bestimmen Sie gegebenenfalls diese Funktion.

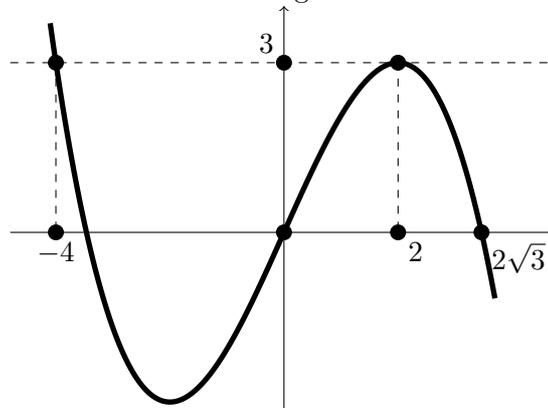
- a) $\frac{1}{1+x^2}$ b) $\sin(x^2)$
- c) $\sin \sqrt[3]{x}$ d) $\ln \frac{x}{x+1}$

Aufgabe 3. Verschaffen Sie sich - etwa mit Maple oder GeoGebra - eine graphische Vorstellung der beiden Funktionen

- a) $f_a(x) = \sin 3x + \sin 3.1x$
- b) $f_b(x) = \sin 3x + \sin \pi x$

Sind die Funktionen periodisch?

Aufgabe 4. Nachstehende Skizze zeigt eine stetige, ungerade und unbeschränkte Funktion von \mathbb{R} nach \mathbb{R} . Außerhalb des dargestellten Bereiches ist die Funktion streng monoton fallend.



- a) Entnehmen Sie dem Schaubild die Bilder der Intervalle $[-4,4]$, $(-4,4)$, $[0,4]$, $(0,4)$, $[0,2]$ und $(0,2)$.
- b) Geben Sie entsprechend die Urbilder von $\{3\}$, $[3,\infty)$, $(3,\infty)$, $\{0\}$, $[0,\infty)$, $(0,\infty)$, $\{-3\}$, $[-3,\infty)$ und $(-3,\infty)$ an.

Aufgabe 5. Betrachten Sie e^{-x} , $\cos x$, $\sin x$, $\cos 2x$ und $\sin 2x$ jeweils als Funktion $f : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$.

- a) Prüfen Sie jeweils, ob die Funktion surjektiv oder injektiv ist.
- b) Bestimmen Sie $f(f^{-1}([-1,0]))$ und $f^{-1}(f([0, \frac{\pi}{2}]))$.
- c) Welche Beziehung zwischen $f(f^{-1}(B))$ und B bzw. $f^{-1}(f(A))$ und A vermuten Sie für beliebige $f : X \rightarrow Y$, $A \subset X$, $B \subset Y$? Für welche Funktionen erwarten Sie $f(f^{-1}(B)) = B$ bzw. $f^{-1}(f(A)) = A$?

Thema: Beweistechniken

d) Beweisen (oder widerlegen) Sie Ihre Vermutungen. Formulieren Sie dazu zunächst präzise Behauptungen.

Aufgabe 6.

Gibt es ein $x \in \mathbb{Q}$ mit $10^x = 7$?