

Thema: Bogenlänge

Aufgabe 1. Berechnen Sie die Länge des Abschnittes $x = t^3, y = t^2; t \in [-1, 1]$ der *Neilschen Parabel*.

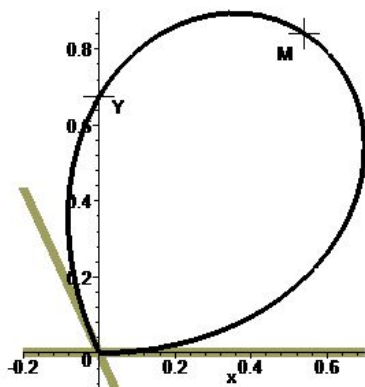
Aufgabe 2. Zwei Käfer krabbeln in einer Ebene mit gleicher konstanter Geschwindigkeit zu einem πm entfernten Punkt. Der erste bewegt sich entlang der Kurve $y = \sin x$, der zweite entlang der Kurve $y = \frac{1}{10} \sin 10x$ (x und y in m). Welcher kommt zuerst am Punkt $(\pi, 0)$ an?

Hinweis: Die Weglängen können und müssen nicht ausgerechnet werden.

Aufgabe 3. Skizzieren Sie die über Polarkoordinaten $r = |\sin \varphi|, \varphi \in [0, 2\pi]$ gegebene Kurve und berechnen Sie ihre Länge.

Aufgabe 4. aus SS12. Die nachstehend skizzierte Kurve K kann in Polarkoordinaten beschrieben werden durch $r = \varphi(2 - \varphi)$.

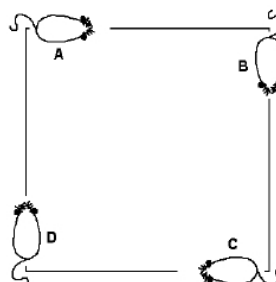
a) Geben Sie eine Parameterdarstellung $\underline{x}(t)$ der Kurve K an. Bestimmen Sie den markierten Schnittpunkt Y mit der y -Achse.



b) Wie weit entfernt sich die Kurve maximal vom Ursprung O ? Geben Sie den zugehörigen Kurvenpunkt M an.

c) Zeigen Sie, dass für das Bogenelement ds gilt $ds = ((\varphi - 1)^2 + 1) d\varphi$. Berechnen Sie damit die Länge der Kurve.

Aufgabe 5. Vier Mäuse - A, B, C und D - befinden sich in den Ecken eines quadratischen Zimmers und warten darauf, dass das Licht ausgeschaltet wird. A und C sind männlich, B und D weiblich. Im Augenblick, wo es dunkel wird, läuft Maus A zu Maus B, B zu C, Maus C zu D und D wiederum zu A - alle laufen zugleich und mit der gleichen Geschwindigkeit aufeinander zu und auf dem jeweils kürzesten Weg. Sie werden sich im Mittelpunkt des drei mal drei Meter großen Raumes treffen.

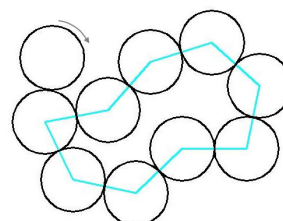


a) Bestimmen Sie die Bahnkurven der Mäuse. Verwenden Sie hierzu die Polarkoordinaten-Darstellung.

b) Berechnen Sie die Länge des Weges einer Maus bis zum Treffpunkt. Auch ohne *Analysis* kann man sich überlegen, wie lang der Weg ist, den die Tiere bis zu ihrem Treffpunkt zurücklegen müssen.

Zum Knobeln

Aufgabe 6. Man nehme zehn gleich große Münzen. Aus neun von ihnen stelle man eine beliebig geformte geschlossene Kette zusammen.



Wie viele Umdrehungen macht die zehnte Münze, wenn sie ohne Schlupf einmal um die ganze Kette gerollt wird und dabei jede Münze berührt?