

Thema: Zahlen

Aufgabe 1. Vereinfachen Sie:

- a) $(3 - \sqrt{6})(2 + \sqrt{6})$
- b) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{6})(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$
- c) $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$

Aufgabe 2. Formen Sie die Ausdrücke so um, dass im Nenner keine Wurzeln stehen:

- a) $\frac{-3}{\sqrt{6}}$
- b) $\frac{3 + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$
- c) $\frac{7\sqrt{5} + 5\sqrt{3}}{5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}$

Aufgabe 3. Sie rudern auf einem Fluss aufwärts mit durchschnittlich 7 km/h. Auf der Rückfahrt ist ihre mittlere Geschwindigkeit 15 km/h. Wie groß ist die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der ganzen Fahrt?

Aufgabe 4. Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 12 - 5i$, $z_2 = i - 7$, $z_3 = 4 - 4i$. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke zunächst ohne Hilfsmittel. Versuchen Sie dabei, den Rechenaufwand durch vorgeschaltete Umformungen zu reduzieren.

- a) $\left| \frac{1}{z_3} \right| + \left| \frac{z_2}{z_2} \right| + |z_1|$
- b) $25 \cdot \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2} + \frac{6z_1}{z_2 + z_3}$

Aufgabe 5. Es sei $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

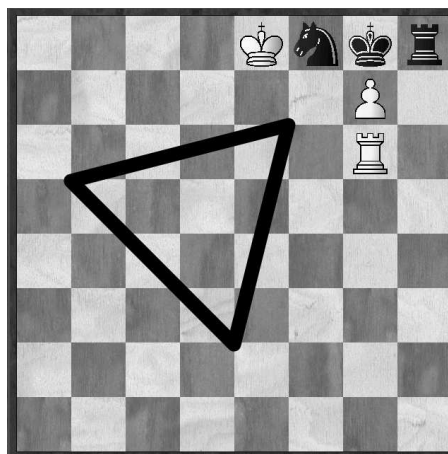
- a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von z^2 , z^3 und z^4 .
- b) Berechnen Sie $|z|$, $|z^2|$, $|z^3|$ und $|z^4|$.

c) Veranschaulichen Sie sich die Resultate in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe 6. Zeigen Sie, dass die Zahlen $a + b \cdot \sqrt{5}$ mit $a, b \in \mathbb{Q}$ einen Teilkörper von \mathbb{R} bilden.

Zum Knobeln

Aufgabe 7. Kann man drei Eckpunkte der Quadrate eines Schachbrettes so auswählen, dass diese drei Punkte die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden?



Das Diagramm zeigt einen Fehlversuch. Aber es könnte ja anders gehen! Oder vielleicht geht es auf einem größeren Brett?

Bemerkung: Das Diagramm enthält gleichzeitig eine kleine Schachaufgabe. Weiß (am Zuge) setzt matt.