

FACH: Ergänzungen zur Analysis B

NAME:

DATUM: 14. November 2014

ZEIT: 8:00 – 9:00

SEMESTER:

PRÜFER: Dr. Wolfgang Erben

---

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

**UNBEDINGT BEACHTEN:**

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

**Abschnitt A.** ..... **30 Punkte****Aufgabe 1.**

a)  $\sum_{i=1}^{\infty} 2^{-2i} =$

b)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} =$

c)  $\sum \frac{2014}{n - \alpha n^2}$  konvergiert genau für  $\alpha \in$

**Aufgabe 2.**

a)  $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i^3}{3^i} \cdot (x+1)^i$  hat den Konvergenzradius  und konvergiert (genau)  
für  $x \in$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} =$   für  $x \in$

$$c) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!} x^k = \boxed{\phantom{e^{2x}}} \text{ für } x \in \boxed{\phantom{\mathbb{R}}}$$

$$d) \sum_{n=0}^{\infty} (x-3)^n = \boxed{\phantom{e^{x-3}}} \text{ für } x \in \boxed{\phantom{\mathbb{R}}}$$

**Aufgabe 3.** Entwickeln Sie die angegebenen Funktionen in eine Taylorreihe um 0. Geben Sie die Reihe sowohl in aufzählender Schreibweise mit mindestens fünf (nicht verschwindenden) Gliedern, als auch in Summenschreibweise an.

$$a) \quad e^x + e^{-x} = \boxed{\phantom{1 + x^2 + \frac{x^4}{24} + \dots}} \\ = \boxed{\phantom{1 + x^2 + \frac{x^4}{24} + \dots}}$$

$$b) \quad e^x - e^{-x} = \boxed{\phantom{x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots}} \\ = \boxed{\phantom{x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots}}$$

**Abschnitt B.** ..... **30 Punkte****Aufgabe 4.**

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $y'' - 3y' = 2013$

ist

b) Geben Sie eine homogene lineare Differentialgleichung für  $y(x)$  mit konstanten Koeffizienten an, deren allgemeine Lösung die Funktion  $\cos x + \sin 2x$  enthält.

Differentialgleichung:

**Aufgabe 5.**

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $y' + x^2 \cdot y = 3x^2$  ist

$y(x) =$

b) Die Lösung des Anfangswertproblems  $y' = e^{x+y}$  mit  $y(0) = 0$  ist

$y(x) =$

mit dem Definitionsbereich  $D =$

c) Die Lösung des Anfangswertproblems  $y' = \frac{\sin y}{\cos y}$  mit  $y(\sqrt{2}) = \pi$  ist

$$y(x) = \boxed{\phantom{y(x) = \sin x}}$$

mit dem Definitionsbereich  $D = \boxed{\phantom{D = \mathbb{R}}}$