HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **WINTER-SEMESTER 2013/2014**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	
DATUM:	25. Oktober 2013		
ZEIT:	11:30 – 12:00	SEMESTER:	
PRÜFER:	Dr. Brunk, Dr. Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. ..... 12 Punkte

Aufgabe 1.
Vorgelegt sind die beiden komplexen Zahlen

$$z_1 = 2i + 1 \quad \text{und} \quad z_2 = 3 - 4i$$

a) Die Zahl z_1 hat den Realteil $\boxed{}$, den Imaginärteil $\boxed{}$ und den Betrag $\boxed{}$.

b) Es ist

$$|\overline{z_1}| + z_2 = \boxed{}$$

$$z_1 - 3\overline{z_2} = \boxed{}$$

c) Weiter ist

$$z_1 \cdot z_2 = \boxed{}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \boxed{}$$

Aufgabe 2.

a)

$$\left|\frac{1}{7+i}\right| = \boxed{}$$

b)

$$\frac{i-2}{i+3} = \boxed{}$$

c)

$$\frac{i-i^5+i^6+i^9}{i^3} = \boxed{}$$

Abschnitt B. ..... 18 Punkte

Aufgabe 3.

a) Die Funktion f aus $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ mit

$$f(x) \quad = \quad \sqrt{6-2x}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(f) =$ ☐ und den Wertebereich $W(f) =$ ☐.

b) Die Funktion g aus $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ mit

$$g(x) \quad = \quad f(x^2)+1$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(g) =$ ☐ und den Wertebereich $W(g) =$ ☐.

c) Die Funktion f aus a) ist nach unten beschränkt durch ☐.

Die Funktion f ist beschränkt *ja* ☐ *nein* ☐.

Die Funktion g aus b) ist nach unten beschränkt durch ☐.

Die Funktion g ist beschränkt *ja* ☐ *nein* ☐.

Aufgabe 4. Gesucht sind Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (**also mit** $D(f) = \mathbb{R}$) mit gewissen zusätzlichen Eigenschaften.

a) Eine Funktion mit waagrechter Asymptote ist

$f(x) = \boxed{}$.

b) Eine stetige, aber nicht differenzierbare Funktion ist

$f(x) = \boxed{}$.

c) Eine ungerade und periodische Funktion ist

$f(x) = \boxed{}$.

d) Eine streng monoton wachsende Potenzfunktion ist

$f(x) = \boxed{}$.

Aufgabe 5. Vervollständigen Sie die nachstehenden Aussagen möglichst sinnvoll.

a) Eine streng monoton fallende Funktion $f(x)$ ist immer $\boxed{}$.

Die Funktion $g(x) = -f(x)$ ist $\boxed{}$,

ihre Umkehrfunktion $g^{-1}(x)$ ist $\boxed{}$.

b) Jede differenzierbare Funktion ist $\boxed{}$.

Eine allgemeine Potenzfunktion $f(x) = x^r (r \in \mathbb{R})$ ist genau dann nicht differenzierbar wenn $\boxed{}$.

c) Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ heißt $\boxed{}$.

Eine solche Funktion ist niemals $\boxed{}$.

Die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x \cdot f(x)$ ist $\boxed{}$.