

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2013

FACH: Ergänzungen zur Analysis B

NAME:

DATUM: 14. Mai 2013

ZEIT: 17:30 – 18:30

SEMESTER: PRÜFER: Drs. Gabi Preissler, Wolfgang Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **20 Punkte****Aufgabe 1.**

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5^k - 1}{8^k} = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\left(\frac{5}{8}\right)^k - \left(\frac{1}{8}\right)^k \right] =$

b) $\sum_{k=3}^{\infty} \frac{k^5 - k^\alpha}{k^8}$ konvergiert genau für

c) Die Taylorreihe von $f(x) = 2xe^{-x}$ (um $x_0 = 0$) in Summenschreibweise

ist

Aufgabe 2.

a) Es sei $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} 5k \cdot x^{k-1}$.

Geben Sie eine Stammfunktion F von f in Gestalt einer Potenzreihe an.

$$F(x) = \boxed{}$$

b) Geben Sie die Stammfunktion F nun in geschlossener Form an.

$$F(x) = \boxed{}$$

c) Geben Sie die Funktion f aus Aufgabenteil a) in geschlossener Form an.

$$f(x) = \boxed{}$$

d) Die Reihe von F hat den Konvergenzradius $R = \boxed{}$.

Die Reihe von f hat den Konvergenzradius $r = \boxed{}$.

Abschnitt B. **20 Punkte****Aufgabe 3.**

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' - y' = 6x$ ist

$y_{\text{allg}}(x) =$

b) Geben Sie eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten an, welche die allgemeine Lösung $y_{\text{allg}} = \frac{1}{x} + C_1 \sin x + C_2 \cos x$ besitzt.

Differentialgleichung:

Aufgabe 4.

a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'x = (x+1)y$ für $x > 0$ ist

$y_{\text{allg}}(x) =$

b) Die Lösung des Anfangswertproblems $y'x = (x+1)y$ mit $y(1) = e$ ist

$y(x) =$

Abschnitt C. **20 Punkte**

Aufgabe 5. Vorgelegt sei die Funktion f aus \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R} mit

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) + \arctan(xy)$$

a) Der Definitionsbereich von f ist $D(f) =$

b) Die partiellen Ableitungen sind

$f_x =$

$f_y =$

Aufgabe 6. Gegeben sei die Funktion f aus \mathbb{R}^2 nach \mathbb{R} mit

$$f(x, y) = x^3 \cdot \sin(x + 2y) + \sqrt{y - 2}$$

a) Die partiellen Ableitungen erster Ordnung sind

$$f_x =$$

$$f_y =$$

b) Die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung sind

$$f_{xx} =$$

$$f_{xy} =$$

$$f_{yx} =$$

$$f_{yy} =$$