

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM WINTER-SEMESTER 2011/2012

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

Anna Lüsis

DATUM: 20. Dezember 2011

ZEIT: 17:30 – 18:00

SEMESTER:

M1a

PRÜFER: Dr. Reitz, Dr. Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **10 Punkte****Aufgabe 1.**

a) $f(x) = (\ln 3x)^7$

$$f'(x) = \boxed{\frac{7}{x} \cdot \ln^6 3x}$$

b) $f(x) = e^{x^2} \cdot \cos x$

$$f'(x) = \boxed{2xe^{x^2} \cdot \cos x - e^{x^2} \cdot \sin x}$$

c) $f(x) = \sqrt{1 + \cosh x}$

$$f'(x) = \boxed{\frac{\sinh x}{2\sqrt{1 + \cosh x}}}$$

Aufgabe 2. $f(x, y) = \ln \left[\left(\frac{x}{y} \right)^{87} \right] + x^5 \sin y$

$$f_x(x, y) = \frac{87}{x} + 5x^4 \sin y$$

$$f_y(x, y) = -\frac{87}{y} + x^5 \cos y$$

$$f_{xx}(x, y) = -\frac{87}{x^2} + 20x^3 \sin y$$

$$f_{xy}(x, y) = 5x^4 \cos y$$

$$f_{yx}(x, y) = 5x^4 \cos y$$

$$f_{yy}(x, y) = \frac{87}{y^2} - x^5 \sin y$$

Abschnitt B. **10 Punkte****Aufgabe 3.**

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^8 - 3^n}{3n^8} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + 7n^2)^2}{(3n + 1)(2n + 1)^3} =$

Aufgabe 4.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{7x}}{\arctan x} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x) + 1 - x}{(x - 1)^2} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin 2x}}{\sqrt{x}} =$

Abschnitt C. **10 Punkte**

Aufgabe 5. Das Polynom

$$p(x) = 2x^3 + 7x^2 - 4x - 14$$

hat die Nullstelle $-\frac{7}{2}$.

a) Dies ergibt sich aus dem Horner-Schema:

	2	7	-4	-14
$-\frac{7}{2}$		-7	0	14
<hr/>				
	2	0	-4	<u>0</u>

b) Eine Zerlegung in Linearfaktoren ist

$$p(x) = 2\left(x + \frac{7}{2}\right)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

Aufgabe 6. Wie lautet das 2. Taylor-Polynom der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1+x}$$

für $a = 0$?

$$p_2(x) = \boxed{1 - x + x^2}.$$

Aufgabe 7. Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = \cos x - \sin x$$

Wegen

$$\frac{f(\pi/2) - f(0)}{\pi/2 - 0} = \boxed{-4/\pi}$$

folgt aus dem $\boxed{\text{Mittelwertsatz}}$ die Existenz einer Stelle $\xi \in (0, \pi/2)$ mit

$$f'(\xi) = \boxed{-4/\pi}.$$