HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **SOMMER-SEMESTER 2015**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	Ima Ginär
DATUM:	2. April 2015		
ZEIT:	8:00 – 8:30	SEMESTER:	MB1
PRÜFER:	Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 15 Punkte

Aufgabe 1. Vorgelegt sind die beiden komplexen Zahlen

$$z_1 \quad = \quad 3(1-i) \qquad \text{und} \qquad z_2 \quad = \quad 12i+5$$

a) Die Zahl z_1 hat den Realteil $\boxed{3}$, den Imaginärteil $\boxed{-3}$ und den Betrag $\boxed{3\sqrt{2}}$.

b) Es ist

$$3z_2 - 5\overline{z_1} \quad = \quad \boxed{21i}$$

$$|z_2^2| - z_2 \quad = \quad \boxed{164 - 12i}$$

c) Weiter ist

$$z_2 \cdot z_1 \quad = \quad \boxed{51 + 21i}$$

$$\frac{z_2}{z_1} \quad = \quad \boxed{-\tfrac{7}{6} + \tfrac{17}{6}i}$$

Aufgabe 2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

a)

$$\left|\frac{5-i}{5+i}\right| = \boxed{1}$$

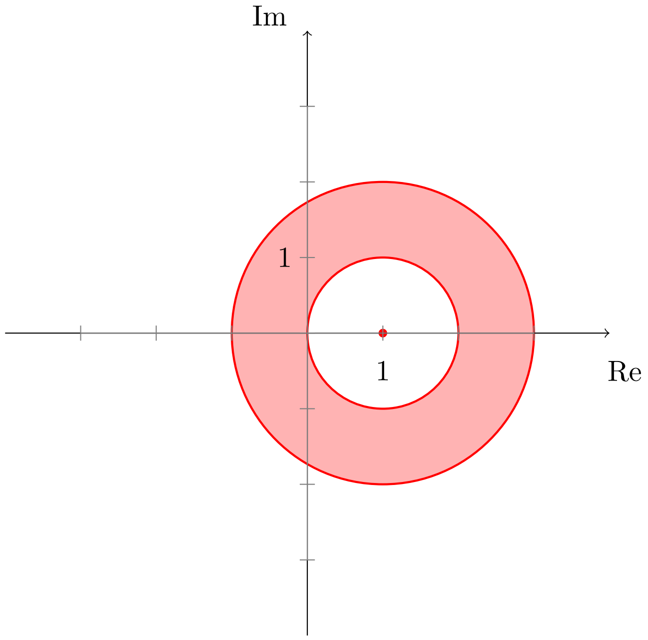
b)

$$\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-i} = \boxed{\tfrac{2}{3}+\tfrac{1}{3}i\sqrt{5}}$$

c)

$$\frac{i^1+i^7+i^2+i^9}{i^{1729}} = \boxed{1+i}$$

Aufgabe 3. Zeichnen und schraffieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge $M = \{\ z \in \mathbb{C} \ \mid\ 1 \le |z-1| \le 2\ \}$.



Abschnitt B. .... 15 Punkte

Aufgabe 4. Vervollständigen Sie die folgenden Aussagen über die (reellen) Lösungsmengen von Ungleichungen.

a) Die Ungleichung

$$2x - 3 \leq 3x - 2$$

ist genau für x im Intervall $\boxed{[-1, \infty)}$ erfüllt.

Dieses Intervall ist offen *ja* ☐ *nein* ☒, halboffen *ja* ☐ *nein* ☒, abgeschlossen *ja* ☒ *nein* ☐.

b) Genau dann ist die Ungleichung

$$\frac{2x-3}{3x-2} \leq 1$$

erfüllt, wenn x im Intervall $\boxed{(-\infty, -1]}$ oder in $\boxed{(\frac{2}{3}, \infty)}$

liegt, also für $x \in \mathbb{R} \setminus \boxed{(-1, \frac{2}{3}]}$.

c) Die Lösungsmenge L der Ungleichung

$$\frac{3x-2}{2x-3} \geq 1$$

ist $L = \boxed{(-\infty, -1] \cup (\frac{3}{2}, \infty)}$.

d) Die Lösungsmenge L der Ungleichung

$$\frac{1}{3x-2} \leq \frac{1}{2x-3}$$

ist $L = \boxed{[-1, \frac{2}{3}) \cup (\frac{3}{2}, \infty)}$.