

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2012

FACH: Ergänzungen zur Analysis B

NAME:

Maxi Mum

DATUM: 24. April 2012

ZEIT: 17:30 – 18:30

SEMESTER:

M2a und M2b

PRÜFER: Prof. Dr. Wolfgang Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **15 Punkte****Aufgabe 1.**

a) $\int \frac{e^{3x}}{7 + e^{3x}} dx = \boxed{\frac{1}{3} \ln(7 + e^{3x}) + C}$

b) $\int_{\frac{3}{4}}^{\infty} \left(\frac{x}{1+x^2} - \frac{1}{1+x} \right) dx = \boxed{\ln \frac{7}{5} = \ln 7 - \ln 5}$

Aufgabe 2.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{7} \right)^n = \boxed{\frac{4}{3}}$

b) $\sum_{n=-2}^{\infty} \frac{1}{(n^2 + 1)^\alpha}$ konvergiert genau für $\boxed{\alpha > \frac{1}{2}}$

Abschnitt B. **22 Punkte****Aufgabe 3.**

a) Die Taylorreihe von $f(x) = e^x + \frac{1}{x-1}$ um 0

in Summenschreibweise ist

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(-1 + \frac{1}{n!}\right) x^n$$

b) Für $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x^3 - \frac{23}{24}x^4 - \dots$

ist $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^2} =$

$$-\frac{1}{2}$$

und $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x)}{x^3} =$

$$-\infty$$

Aufgabe 4.

a) Geben Sie eine überall konvergente, aber nicht abbrechende Potenzreihe $f(x)$ an, die im Punkt $M(0, 5)$ ein relatives Maximum besitzt:

$f(x) =$

$$5 - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!} + \dots$$

b) Geben Sie eine Potenzreihe $g(x)$ mit Konvergenzradius 1 an, die bei $x = 2$ einen Sattelpunkt besitzt:

$g(x) =$

$$(x-2)^3 + (x-2)^4 + (x-2)^5 + (x-2)^6 + \dots$$

Abschnitt C. **23 Punkte****Aufgabe 5.**

- a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung
- $y'' + 5y' = 3x$

ist

$$y = C_1 + C_2 \cdot e^{-5x} - \frac{3}{25}x + \frac{3}{10}x^2$$

- b) Die Lösung des Anfangswertproblems
- $\ddot{x} + 3x = 0$
- ,
- $x(0) = \dot{x}(0) = 87$

ist

$$x = 87 \cos(\sqrt{3}t) + 29\sqrt{3} \sin(\sqrt{3}t)$$

Aufgabe 6.

- a) Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung
- $y' + 4 \cdot \frac{y}{x} = 15$

ist

$$y = 3x + c \cdot x^{-4}$$

- b) Die Lösung des Anfangswertproblems
- $y' = \frac{x}{y}$
- ,
- $y(0) = -3$

ist

$$y = -\sqrt{x^2 + 9}$$