PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2010

FACH:	Ergänzungen zur Analysis B	NAME:	Anna Lüsis
DATUM:	7. Mai 2010		
ZEIT:	11:30 – 12:30	SEMESTER:	M2a
PRÜFER:	Prof. Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 30 Punkte

Aufgabe 1.

a) $\displaystyle\int (x - \frac{1}{2})e^{2x}\, dx \quad = \quad \boxed{\tfrac{1}{2}(x-1)e^{2x} + C}$

b) $\displaystyle\int \sin x\sqrt{5+\cos x}\, dx \quad = \quad \boxed{-\tfrac{2}{3}(5+\cos x)^{\frac{3}{2}} + C}$

Aufgabe 2.

a) $\displaystyle\int_{\frac{1}{5}}^{1} \frac{(1-x)^2}{x^3}\, dx \quad = \quad \boxed{4 + \ln 5}$

b) $\displaystyle\int_{1}^{9} \frac{2}{1+\sqrt{x}}\, dx \quad = \quad \boxed{8 - 4\ln 2}$

Aufgabe 3.

a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2-x}} = \boxed{2\sqrt{2}}$

b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x+1}{x^2}\,dx = \boxed{\infty}$

c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{7+\sin x}{1+4x^2}\,dx = \boxed{\tfrac{7}{2}\pi}$

Abschnitt B. .... 20 Punkte

Aufgabe 4.
Geben Sie den Konvergenzradius R und das Konvergenzintervall I der nachstehenden Potenzreihen an.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2+3n} \cdot (x-2)^n$ $\quad R = \boxed{1}, \quad I = \boxed{[1,3)}$

b) $\displaystyle\sum_{n=86}^{\infty} \frac{5}{2+3n!} \cdot (x+3)^n$ $\quad R = \boxed{\infty}, \quad I = \boxed{\mathbb{R}}$

Aufgabe 5.
Entwickeln Sie die angegebenen Funktionen in eine Taylorreihe um 0. Geben Sie an, für welche x diese Darstellung gilt.

a) $x^2 \cdot (e^x - e^{-x}) \quad = \quad \boxed{2x^3 + \frac{1}{3}x^5 + \frac{2}{5!}x^7 + \frac{2}{7!}x^9 + \frac{2}{9!}x^{11} + \dots \quad = \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)!} x^{2n+3}}$

für $\boxed{x \in \mathbb{R}}$

b) $\dfrac{10}{x-2} \quad = \quad \boxed{-5 - \frac{5}{2}x - \frac{5}{2^2}x^2 - \frac{5}{2^3}x^3 - \frac{5}{2^4}x^4 - \dots \quad = \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{-5}{2^n} \cdot x^n}$

für $\boxed{x \in (-2, 2)}$

c) $(x^2 + 1)^3 \quad = \quad \boxed{1 + 3x^2 + 3x^4 + x^6 \quad = \quad \sum_{n=0}^{3} \binom{3}{n} x^{2n}}$

für $\boxed{x \in \mathbb{R}}$

Abschnitt C. .... 10 Punkte

Aufgabe 6.
Geben Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen an

a) $y'' + 2y' + y = 0$ $\qquad y = \boxed{C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}}$

b) $y'' + 2y' + y = 6 \cdot e^x$ $\qquad y = \boxed{\frac{3}{2} e^x + C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}}$

c) $y'' + 2y' + y = 6 + e^x$ $\qquad y = \boxed{6 + \frac{1}{4} e^x + C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}}$