HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART | STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **SOMMER-SEMESTER 2009**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis B	NAME:	Anna Lüsis
DATUM:	8. Mai 2009		
ZEIT:	8:00 – 9:00	SEMESTER:	M2a
PRÜFER:	Prof. Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 30 Punkte

Aufgabe 1.

a) $\displaystyle\int \frac{\cos x}{5+\sin x}\,dx \quad = \boxed{\ln(5+\sin x)+C}$

b) $\displaystyle\int x^5 \ln x\; dx \quad = \boxed{\tfrac{1}{6}x^6 \ln x - \tfrac{1}{36}x^6 + C}$

c) $\displaystyle\int \frac{6}{2x-x^2}\,dx \quad = \boxed{3\ln|x| - 3\ln|x-2| + C}$

Aufgabe 2.

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \left(1+\sin\left(x^{33}\right)\right)\; dx \quad = \boxed{2}$

b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x+1}{x^2+1}\,dx \quad = \boxed{\ln 2 + \tfrac{\pi}{4}}$

Aufgabe 3.

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \left(e^{3x} - e^{2x}\right)\,dx \quad = \boxed{-\tfrac{1}{6}}$

b) $\displaystyle\int_0^9 \frac{1+x}{\sqrt{x}}\,dx \quad = \boxed{24}$

c) $\displaystyle\int_{86}^{\infty} \frac{x+7}{x^2}\,dx \quad = \boxed{\infty}$

Abschnitt B. .... 30 Punkte

Aufgabe 4.
Prüfen Sie, ob die nachstehenden Zahlenreihen konvergent oder divergent sind. Geben Sie jeweils ein Kriterium an, mit welchem Sie Ihre Aussage begründen könnten.

a) $\displaystyle\sum_{k=3}^{\infty}(-1)^k \frac{\frac{1}{2}k}{k+k^{\frac{1}{2}}}$ ist konvergent *ja* ☐ *nein* ☒.

Nachweis: Vergleichskriterium ☐, Leibniz-Kriterium ☐, Quotientenkriterium ☐, Wurzelkriterium ☐, Glieder keine Nullfolge ☒.

b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{\frac{3}{2}k}{k+k^{\frac{3}{2}}}$ ist konvergent *ja* ☒ *nein* ☐.

Nachweis: Vergleichskriterium ☐, Leibniz-Kriterium ☒, Quotientenkriterium ☐, Wurzelkriterium ☐, Glieder keine Nullfolge ☐.

c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\frac{1}{2}n}{n+n^{\frac{1}{2}}}\right)^n$ ist konvergent *ja* ☒ *nein* ☐.

Nachweis: Vergleichskriterium ☒, Leibniz-Kriterium ☐, Quotientenkriterium ☒, Wurzelkriterium ☒, Glieder keine Nullfolge ☐.

Aufgabe 5.
Geben Sie den Konvergenzradius R der nachstehenden Potenzreihen an.

a) $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{i!}{2^i} \cdot x^i$ $R =$ $\boxed{0}$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k^2+1}{5k^5+1} \cdot x^k$ $R =$ $\boxed{1}$

Aufgabe 6.
Von der Potenzreihe $\sum_{i=0}^{\infty} a_i(x - \frac{1}{2})^i$ sei bekannt, dass sie für $x = -1$ konvergiert und für $x = 2$ divergiert. Welche Aussagen kann man dann über ihren Konvergenzradius R machen?

$$\boxed{R = \frac{3}{2}}$$

Aufgabe 7.

Entwickeln Sie die angegebenen Funktionen in eine Taylorreihe um 0. Geben Sie mindestens fünf Glieder an. Die Summendarstellung ist nicht verlangt.

a) $$\frac{x}{1+x} = \boxed{x - x^2 + x^3 - x^4 + x^5 - + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot x^n}$$

b) $$7 \cdot e^{3x} = \boxed{7 + \frac{7 \cdot 3}{1!} x + \frac{7 \cdot 3^2}{2!} x^2 + \frac{7 \cdot 3^3}{3!} x^3 + \frac{7 \cdot 3^4}{4!} x^4 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{7 \cdot 3^n}{n!} x^n}$$