HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **WINTER-SEMESTER 2012/2013**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	Anna Lüsis
DATUM:	10. Dezember 2012		
ZEIT:	17:30 – 18:00	SEMESTER:	M1a
PRÜFER:	Drs. Preissler, Reitz, Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 10 Punkte

Aufgabe 1.

a) $f(x) = \left(1 - 3x^2\right)^8$

$f'(x) = \boxed{-48x \cdot \left(1 - 3x^2\right)^7}$

b) $f(x) = \sqrt{5 - \ln x}$

$f'(x) = \boxed{-\frac{1}{2x \cdot \sqrt{5 - \ln x}}}$

c) $f(x) = \cos(2x) \cdot \sin(3x)$

$f'(x) = \boxed{-2\sin(2x)\sin(3x) + 3\cos(2x)\cos(3x)}$

d) $f(x) = e^{\cos 7x}$

$f'(x) = \boxed{-7e^{\cos 7x} \sin 7x}$

e) $f(x) = e^{e^{\cos 7x}}$

$f'(x) = \boxed{-7e^{e^{\cos 7x}} e^{\cos 7x} \sin 7x}$

Abschnitt B. .... 11 Punkte

Aufgabe 2.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a \cdot n^2 + b}{c \cdot n^2 + d} = \boxed{\frac{a}{c}}$ $(c \neq 0)$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{n+2} = \boxed{e}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^4 + 5n^2} - \sqrt{n^4 - 3n^2}\right) = \boxed{4}$

Aufgabe 3.

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{e^{5x+7} + 4}{e^{5x+4} + 7} = \boxed{e^3}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \ln\left(1 + \dfrac{\sin x}{x}\right) = \boxed{\ln 2}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \left(x^2 \ln x + \dfrac{5 - e^x}{5 + e^x}\right) = \boxed{\frac{2}{3}}$

d) $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{1 + \cos x}{(x^2 - \pi^2)^2} = \boxed{\frac{1}{8\pi^2}}$

Abschnitt C. .... 9 Punkte

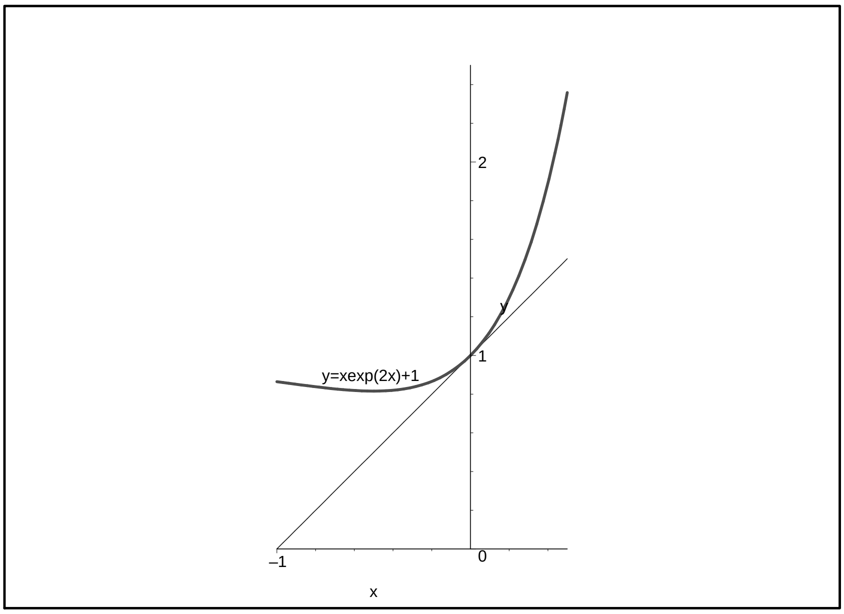
Aufgabe 4. Wie lautet das Taylor-Polynom p_2 zweiter Ordnung (das 2. Taylor-Polynom) der reellen Funktion f mit

$$f(x) = xe^{2x} + 1$$

um den Entwicklungspunkt $a = 0$?

$$p_2(x) = \boxed{1 + x + 2x^2}.$$

Zeichnen Sie das **erste** Taylor-Polynom von f um $a = 0$ in das gegebene Schaubild ein.



Aufgabe 5. Für welche zwei Werte von $c \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} (cx-1)^2 & \text{für } \; x \geq 1 \\ 1 \; + \; 3 \ln e^x & \text{für } \; x < 1 \end{cases}$$

stetig auf $\mathbb{R}$?

$c_1 = \boxed{-1}$, $c_2 = \boxed{3}$

Welchen Wert hat $f(1)$ für diese beiden Werte von c?

$f(1) = \boxed{4}$