HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **SOMMER-SEMESTER 2015**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	Ab Leiten
DATUM:	19. Mai 2015		
ZEIT:	17:30 – 18:00	SEMESTER:	MB1
PRÜFER:	Dr. Wolfgang Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. .... 10 Punkte

Aufgabe 1. $z = -2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{6}} \in \mathbb{C}$

a) In Exponentialform $r \cdot e^{i\varphi}$ (mit $r \geq 0$ und $0 \leq \varphi < 2\pi$) ist

$z = \boxed{2 \cdot e^{i\frac{5\pi}{6}}}$

$z^2 = \boxed{4 \cdot e^{i\frac{5\pi}{3}}}$

$z^3 = \boxed{8 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}}$

$z^{10} = \boxed{1024 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}}$

b) In kartesischer Form $a + b \cdot i$ (mit $a, b \in \mathbb{R}$) ist

$z = \boxed{i - \sqrt{3}}$

$z^2 = \boxed{2 - 2i\sqrt{3}}$

$z^3 = \boxed{8i}$

$z^{10} = \boxed{512 + 512i\sqrt{3}}$

Abschnitt B. .... 11 Punkte

Aufgabe 2.

a) $f(x) = 85 + e^{-3x}\cos\frac{5}{3}x$

$$\frac{df}{dx} = \boxed{-3e^{-3x}\cos\tfrac{5}{3}x - \tfrac{5}{3}e^{-3x}\sin\tfrac{5}{3}x}$$

b) $f(x) = 86\cdot\ln(7-\sin\sqrt{x})$

$$\frac{df}{dx} = \boxed{\frac{-43\cos\sqrt{x}}{(7-\sin\sqrt{x})\sqrt{x}}}$$

c) $f(x) = \dfrac{87}{x\sqrt[3]{x}} + \sin(7-\ln\sqrt{x}) \qquad = 87x^{-\frac{4}{3}} + \sin(7-\dfrac{1}{2}\ln x)$

$$\frac{df}{dx} = \boxed{-116x^{-\frac{7}{3}} - \tfrac{1}{2x}\cos(7-\tfrac{1}{2}\ln x)}$$

Aufgabe 3.

$$f(x,y) = \frac{1}{2}e^{-y^2} - \frac{2y-3}{x}$$

$$f_x(x,y) = \boxed{\tfrac{1}{x^2}\cdot(2y-3)}$$

$$f_y(x,y) = \boxed{-y\cdot e^{-y^2} - \tfrac{2}{x}}$$

$$f_{xx}(x,y) = \boxed{-\tfrac{2}{x^3}\cdot(2y-3)}$$

$$f_{xy}(x,y) = \boxed{\tfrac{2}{x^2}}$$

$$f_{yx}(x,y) = \boxed{\tfrac{2}{x^2}}$$

$$f_{yy}(x,y) = \boxed{-e^{-y^2} + 2y^2\cdot e^{-y^2} \quad = \quad (2y^2-1)\cdot e^{-y^2}}$$

Abschnitt C. .... 9 Punkte

Aufgabe 4. $f(x) = 2\sin x + 3\cos x$

$f'(x) = 2\cos x - 3\sin x \qquad f''(x) = -2\sin x - 3\cos x$

$f'''(x) = -2\cos x + 3\sin x \qquad f^{(4)}(x) = 2\sin x + 3\cos x$

a) Geben Sie das 0-te Taylor-Polynom p_0, das 2-te Taylor-Polynom p_2 und das 4-te Taylor-Polynom p_4 von f um den Entwicklungspunkt $a = 0$ an.

$f(0) = 3; \quad f'(0) = 2; \quad f''(0) = -3; \quad f'''(0) = -2; \quad f^{(4)}(0) = 3$

$p_0(x) = \boxed{3}$

$p_2(x) = \boxed{3 + 2x - \frac{3}{2}x^2}$

$p_4(x) = \boxed{3 + 2x - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{8}x^4}$

b) Geben Sie das 1-te Taylor-Polynom q_1 und das 3-te Taylor-Polynom q_3 von f um den Entwicklungspunkt $a = \frac{\pi}{2}$ an.

$f(\frac{\pi}{2}) = 2; \quad f'(\frac{\pi}{2}) = -3; \quad f''(\frac{\pi}{2}) = -2; \quad f'''(\frac{\pi}{2}) = 3$

$q_1(x) = \boxed{2 - 3(x - \frac{\pi}{2})}$

$q_3(x) = \boxed{2 - 3(x - \frac{\pi}{2}) - (x - \frac{\pi}{2})^2 + \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{2})^3}$