

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2008

FACH: Ergänzungen zur Analysis B

NAME:

Lemni Skate

DATUM: 13.6.2008

ZEIT: 8:00 – 8:30

SEMESTER:

M2

PRÜFER: Dr. Fischer, Dr. Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

**UNBEDINGT BEACHTEN:**

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

**Aufgabe 1.**

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der angegebenen Funktionen.

a)  $f(x, y) = x^2 \cdot \sin(x - y)$

$\frac{\partial f}{\partial x} =$	$2x \cdot \sin(x - y) + x^2 \cdot \cos(x - y)$
$\frac{\partial f}{\partial y} =$	$-x^2 \cdot \cos(x - y)$

b)  $f(x, y) = \ln(1 + xy)$

$\frac{\partial f}{\partial x} =$	$\frac{y}{1+xy}$
$\frac{\partial f}{\partial y} =$	$\frac{x}{1+xy}$

c)  $f(x, y) = \arctan(x^2 + y^2)$

$\frac{\partial f}{\partial x} =$	$\frac{2x}{1+(x^2+y^2)^2}$
$\frac{\partial f}{\partial y} =$	$\frac{2y}{1+(x^2+y^2)^2}$

**Aufgabe 2.**

$$f(x, y) = \frac{e^x}{1-y}$$

a) Berechnen Sie den Gradienten von  $f(x, y)$ .

$$\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{e^x}{1-y} \\ \frac{e^x}{(1-y)^2} \end{pmatrix}$$

b) Geben Sie die Hesse-Matrix  $H_f(x, y)$  von  $f$  an.

$$H_f(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{e^x}{1-y} & \frac{e^x}{(1-y)^2} \\ \frac{e^x}{(1-y)^2} & \frac{2e^x}{(1-y)^3} \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3.**

$$f(x, y, z) = xyz - x^2y + 2yz + 3$$

a) Berechnen Sie den Gradienten von  $f(x, y, z)$ .

$$\nabla f(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz - 2xy \\ xz - x^2 + 2z \\ xy + 2y \end{pmatrix}$$

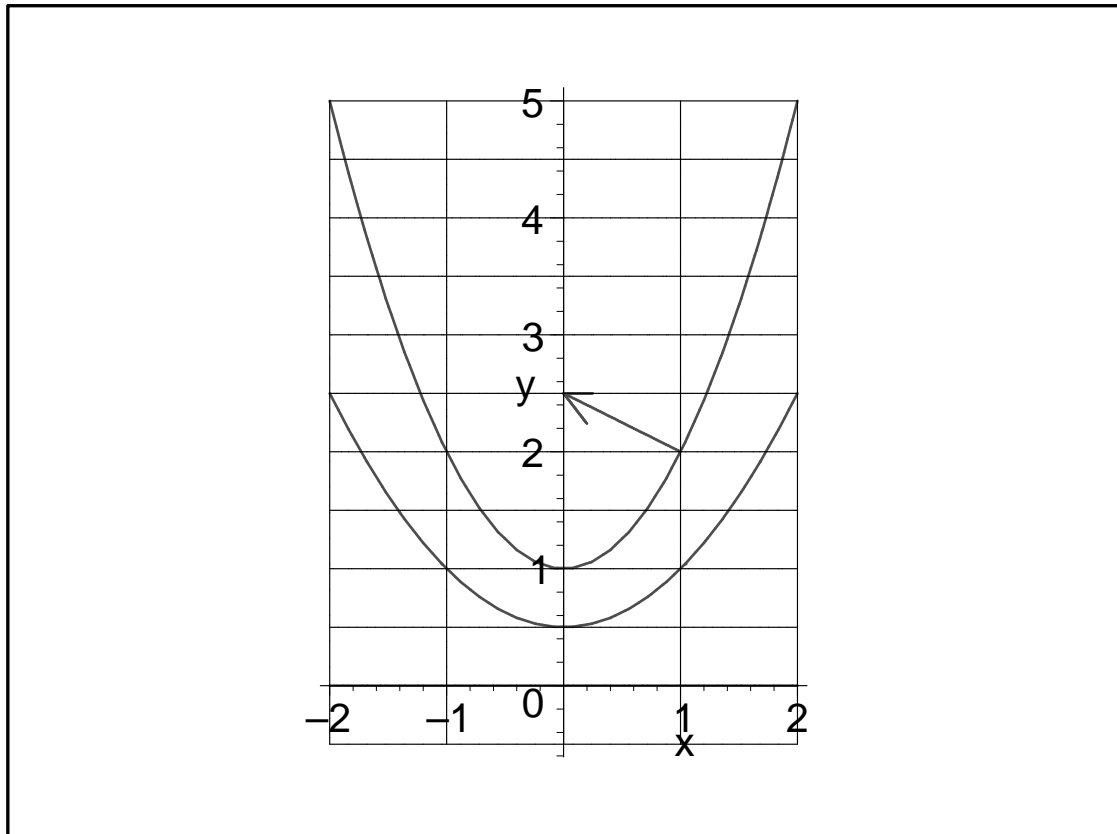
b) Geben Sie die Hesse-Matrix  $H_f(x, y, z)$  von  $f$  an.

$$H_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} -2y & z - 2x & y \\ z - 2x & 0 & x + 2 \\ y & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4.**

$$f(x, y) = \frac{y}{x^2 + 1}$$

a) Zeichnen Sie die Niveaulinien  $f(x, y) = C$  für  $C = 0, \frac{1}{2}, 1$  in nachstehendes Diagramm ein.



b) Ermitteln Sie den Gradienten an der Stelle  $(1, 2)$  und zeichnen Sie ihn in obenstehendes Diagramm mit ein.

$$\nabla f(1, 2) = \boxed{\left(-1, \frac{1}{2}\right)}$$

c) Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene an die Fläche  $z = f(x, y)$  im Flächenpunkt  $(1, 2, 1)$  an.

$$\boxed{z = 1 - (x - 1) + \frac{1}{2}(y - 2)}$$