HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM SOMMER-SEMESTER 2008

FACH:	Ergänzungen zur Analysis B	NAME:	Cosi Nuss
DATUM:	16.5.2008		
ZEIT:	8:00 – 8:30	SEMESTER:	M2
PRÜFER:	Dr. Fischer, Dr. Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Aufgabe 1.
Prüfen Sie, ob die nachstehenden Zahlenreihen konvergent oder divergent sind. Geben Sie jeweils ein Kriterium an, mit welchem Sie Ihre Aussage begründen könnten.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt{k+2}}$ ist konvergent *ja* $\boxtimes$ *nein* $\square$.

Nachweis: Vergleichskriterium $\square$, Leibniz-Kriterium $\boxtimes$, Quotientenkriterium $\square$, Wurzelkriterium $\square$, Glieder keine Nullfolge $\square$.

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3}$ ist konvergent *ja* $\square$ *nein* $\boxtimes$.

Nachweis: Vergleichskriterium $\boxtimes$, Leibniz-Kriterium $\square$, Quotientenkriterium $\boxtimes$, Wurzelkriterium $\boxtimes$, Glieder keine Nullfolge $\boxtimes$.

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ ist konvergent *ja* $\boxtimes$ *nein* $\square$.

Nachweis: Vergleichskriterium $\boxtimes$, Leibniz-Kriterium $\square$, Quotientenkriterium $\boxtimes$, Wurzelkriterium $\boxtimes$, Glieder keine Nullfolge $\square$.

d) $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{3i+1}$ ist konvergent *ja* $\square$ *nein* $\boxtimes$.

Nachweis: Vergleichskriterium $\boxtimes$, Leibniz-Kriterium $\square$, Quotientenkriterium $\square$, Wurzelkriterium $\square$, Glieder keine Nullfolge $\square$.

Aufgabe 2.
Geben Sie den Konvergenzradius R der nachstehenden Potenzreihen an.

a) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^k x^k$ $R = \boxed{\frac{5}{2}}$

b) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{(k+1)(k+2)}$ $R = \boxed{1}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x^n}{n!}$ $R = \boxed{\infty}$

Aufgabe 3.
Von der Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ sei bekannt, dass sie für $x = -1$ konvergiert und für $x = 2$ divergiert. Welche Aussagen kann man dann über ihren Konvergenzradius R machen?

$$\boxed{1 \leq R \leq 2}$$

Aufgabe 4.
Entwickeln Sie die angegebenen Funktionen in eine Taylorreihe um 0. Geben Sie mindestens fünf Glieder an. Die Summendarstellung ist nicht verlangt.

a) $xe^{-x} = \boxed{x - x^2 + \frac{x^3}{2!} - \frac{x^4}{3!} + \frac{x^5}{4!} - + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} x^{n+1}}$

b) $\dfrac{1}{1+2x} = \boxed{1 - 2x + 4x^2 - 8x^3 + 16x^4 - + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n x^n}$