HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART STUDIENGANG MATHEMATIK

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **WINTER-SEMESTER 2013/2014**

FACH:	Ergänzungen zur Analysis A	NAME:	Grän Zwert
DATUM:	6. Dezember 2013		
ZEIT:	11:30 – 12:00	SEMESTER:	M1a
PRÜFER:	Dr. Brunk, Dr. Erben		

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein ***bevor*** Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird ***nur*** das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen ***nur*** auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. ..... 12 Punkte

Aufgabe 1.

a) $f(x) = x^2 \cdot \sin 5x$

$f'(x) =$ $5x^2 \cdot \cos 5x + 2x \cdot \sin 5x$

b) $f(x) = \sqrt{3 + \ln(e^x - 3)}$

$f'(x) =$ $\frac{e^x}{2(e^x-3)\cdot\sqrt{3+\ln(e^x-3)}}$

c) $f(x) = \dfrac{1 - e^{-x}}{1 + e^x}$

$f'(x) =$ $\frac{2-e^x+e^{-x}}{(1+e^x)^2}$

d) $f(x) = \ln \dfrac{e^x}{7 + \sin^5 x}$

$f'(x) =$ $1 - \frac{5\sin^4 x \cos x}{7+\sin^5 x}$

Aufgabe 2. $f(x,y) = \sqrt[3]{x^2} + \cos(x^2+y^2)$

$f_x(x,y) = \boxed{\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - 2x \cdot \sin(x^2+y^2)}$

$f_y(x,y) = \boxed{-2y \cdot \sin(x^2+y^2)}$

$f_{xx}(x,y) = \boxed{-\frac{2}{9}x^{-\frac{4}{3}} - 4x^2 \cdot \cos(x^2+y^2) - 2\sin(x^2+y^2)}$

$f_{xy}(x,y) = \boxed{-4xy \cdot \cos(x^2+y^2)}$

$f_{yx}(x,y) = \boxed{-4xy \cdot \cos(x^2+y^2)}$

$f_{yy}(x,y) = \boxed{-4y^2 \cdot \cos(x^2+y^2) - 2\sin(x^2+y^2)}$

Abschnitt B. ..... 10 Punkte

Aufgabe 3.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a \cdot n^2 + 3 \cdot \ln n}{3 \cdot n^2 + a \cdot \ln n} = \boxed{\frac{a}{3}}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(2 - \dfrac{1}{n}\right)^n = \boxed{\infty}$

Aufgabe 4.

a) $\lim\limits_{x\to 0-} \dfrac{\sqrt{1 - e^{7x}}}{\sqrt{1 - e^{8x}}} = \boxed{\frac{1}{4}\sqrt{14}}$

b) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{\sin x}{\cos x + \sin x} = \boxed{0}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x - \sin 2x}{5x - \sin 5x} = \boxed{\frac{8}{125}}$

Abschnitt C. ..... 8 Punkte

Aufgabe 5.

a) Wie lautet das 3. Taylor-Polynom der Funktion

$$f(x) = (1+x)^{\frac{3}{2}} - (\frac{3}{2} + x)^1$$

um den Entwicklungspunkt $a = 0$?

$$p_3(x) = \boxed{-\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}x + \tfrac{3}{8}x^2 - \tfrac{1}{16}x^3}.$$

b) Wie lautet das 2. Taylor-Polynom der Funktion

$$f(x) = x \cdot \ln x$$

um den Entwicklungspunkt $a = 1$?

$$p_2(x) = \boxed{(x-1) + \tfrac{1}{2}(x-1)^2}.$$

Aufgabe 6.

a) Wie lautet das n-te Taylor-Polynom der Funktion

$$f(x) = x^n + n \cdot x$$

um den Entwicklungspunkt $a = 0$?

$$p_n(x) = \boxed{n \cdot x + x^n}.$$

b) Das 7. Taylor-Polynom einer Funktion $f(x)$ ist

$$p_7(x) = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{7}x^7$$

Wie lauten die 5. und 6. Taylor-Polynome?

$$p_5(x) = \boxed{1 + x - \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{3}x^3 + \tfrac{1}{5}x^5}$$

$$p_6(x) = \boxed{1 + x - \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{3}x^3 + \tfrac{1}{5}x^5}.$$