HOCHSCHULE FÜR TECHNIK STUTTGART

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM **SOMMERSEMESTER 2014**

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

DATUM: 28.05.2014

ZEIT: 08:45 - 09:15 Uhr

NAME:

SEMESTER:

MATRIKELNUMMER:

PRÜFER: Erben, Preissler

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

Hinweise: **LÖSUNGEN**

1. **Es sind keine Hilfsmittel zugelassen, auch kein zusätzliches Konzeptpapier.**
2. **Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.**
3. **Auf diesem Deckblatt müssen *Name*, *Semester* und *Matrikelnummer* eingetragen sein, bevor Sie mit der Bearbeitung auf den nächsten Seiten beginnen.**
4. **Konzeptrechnungen dürfen nur auf den Aufgabenblättern (Vorder- oder Rückseite) durchgeführt werden.**
5. **Gewertet wird nur das im jeweiligen Antwortkästchen eingetragene Ergebnis. Eventuell notwendige Korrekturen im Antwortkästchen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.**

Erreichte Punktzahl:	Ergebnis (BE/NB):

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Leiten Sie die nachfolgenden Funktionen f nach x ab.

a) $f(x) = e^{-4x} \cos 3x$

$$f'(x) = \boxed{-e^{-4x}(4\cos 3x + 3\sin 3x)}$$

b) $f(x) = \ln((x^2 + 3)e^{4x})$

$$f'(x) = \boxed{\frac{2x}{x^2+3} + 4}$$

c) $f(x) = \dfrac{1 - 4x^2}{2x + 1}$

$$f'(x) = \boxed{-2}$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie das Taylor-Polynom P_2 zweiter Ordnung von $f(x) = (x+3)^{\frac{3}{2}}$ um die Entwicklungsmitte $a = -2$.

Die Ableitungen sind $f'(-2) = \boxed{\frac{3}{2}}$, $f''(-2) = \boxed{\frac{3}{4}}$

$$P_2(x; -2) = \boxed{1 + \frac{3}{2}(x+2) + \frac{3}{8}(x+2)^2}$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \dfrac{1}{\ln x}$.

Der (maximale) Definitionsbereich von f ist $D(f) = \boxed{(0, \infty)\backslash\{1\} = (0,1) \cup (1, \infty)}$

Ihre Umkehrfunktion f^{-1} ist $f^{-1}(x) = \boxed{e^{\frac{1}{x}}}$

Der (maximale) Definitionsbereich von f^{-1} ist $D(f^{-1}) = \boxed{\mathbb{R}\backslash\{0\}}$

Aufgabe 4 (5 Punkte)

a) Geben Sie eine ungerade und unbeschränkte reelle Funktion f mit Definitionsbereich $D(f) = \mathbb{R}$ an.

$f(x) =$ $\boxed{\text{Z.B. } x,\ x^3}$

b) Geben Sie eine beschränkte und periodische reelle Funktion f mit primitiver Periode 2 und Definitionsbereich $D(f) = \mathbb{R}$ an.

$f(x) =$ $\boxed{\text{Z.B. } \sin(\pi x),\ \cos(\pi x)}$

c) Geben Sie eine streng monotone und beschränkte reelle Funktion f mit Definitionsbereich $D(f) = \mathbb{R}$ an.

$f(x) =$ $\boxed{\text{Z.B. } \arctan x}$

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Werten in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$ $(n \in \mathbb{N},\ x \in \mathbb{R})$.

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{7x} - e^{5x}}{x} = \boxed{2}$

b) $\lim\limits_{x \to 2+} \dfrac{e^{x-2}}{x^2 - 4} = \boxed{\infty}$

c) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{(2n-1)(n+2)}{\sqrt{2n^2(1+n^2)}} = \boxed{\sqrt{2}}$

d) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{\ln n} \cdot \cos n\right) = \boxed{1}$

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Geben Sie die komplexen Zahlen z_1, z_2 jeweils in kartesischer Darstellung an und zeichnen Sie beide in die angegebene komplexe Zahlenebene ein.

a) $z_1 = e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\pi} + 3e^{i\frac{3\pi}{2}} = \boxed{-1 - 2i}$

b) $z_2 = \dfrac{2\sqrt{2}}{e^{i\frac{5\pi}{4}}} = \boxed{-2 + 2i}$

Für a) und b):