

PRÜFUNGSVORLEISTUNG IM WINTER-SEMESTER 2013/2014

FACH: Ergänzungen zur Analysis A

NAME:

Ällis Stemmt

DATUM: 25. Oktober 2013

ZEIT: 11:30 – 12:00

SEMESTER:

M1a

PRÜFER: Dr. Brunk, Dr. Erben

HILFSMITTEL: keine

ANLAGEN: keine

UNBEDINGT BEACHTEN:

- Es sind **keine Hilfsmittel** zugelassen.
- Auf diesem Deckblatt müssen **Name und Semester** eingetragen sein, *bevor* Sie mit der Bearbeitung beginnen. Die zusammengehefteten Blätter dürfen nicht getrennt werden.
- Gewertet wird *nur* das (im jeweiligen Antwortkasten eingetragene) **Ergebnis**. Eventuell notwendige Korrekturen müssen eindeutig gekennzeichnet sein.
- **Konzeptrechnungen** dürfen *nur* auf den Aufgabenblättern (Vorder- und Rückseite) durchgeführt werden.

Abschnitt A. **12 Punkte****Aufgabe 1.**

Vorgelegt sind die beiden komplexen Zahlen

$$z_1 = 2i + 1 \quad \text{und} \quad z_2 = 3 - 4i$$

a) Die Zahl z_1 hat den Realteil , den Imaginärteil und den Betrag .

b) Es ist

$$|\overline{z_1}| + z_2 = \text{input } (3 + \sqrt{5}) - 4i$$

$$z_1 - 3\overline{z_2} = \text{input } -8 - 10i$$

c) Weiter ist

$$z_1 \cdot z_2 = \text{input } 11 + 2i$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \text{input } -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$$

Aufgabe 2.

a)

$$\left| \frac{1}{7+i} \right| = \boxed{\frac{1}{10}\sqrt{2}}$$

b)

$$\frac{i-2}{i+3} = \boxed{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i}$$

c)

$$\frac{i - i^5 + i^6 + i^9}{i^3} = \boxed{-1 - i}$$

Abschnitt B. **18 Punkte****Aufgabe 3.**

a) Die Funktion f aus \mathbb{R} in \mathbb{R} mit

$$f(x) = \sqrt{6 - 2x}$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(f) =$ und den

Wertebereich $W(f) =$.

b) Die Funktion g aus \mathbb{R} in \mathbb{R} mit

$$g(x) = f(x^2) + 1$$

hat den (maximalen) Definitionsbereich $D(g) =$ und den

Wertebereich $W(g) =$.

c) Die Funktion f aus a) ist nach unten beschränkt durch .

Die Funktion f ist beschränkt ja nein.

Die Funktion g aus b) ist nach unten beschränkt durch .

Die Funktion g ist beschränkt ja nein.

Aufgabe 4. Gesucht sind Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (also mit $D(f) = \mathbb{R}$) mit gewissen zusätzlichen Eigenschaften.

a) Eine Funktion mit waagrechter Asymptote ist

$$f(x) = \boxed{e^x \text{ oder } \arctan x \text{ oder } \dots}.$$

b) Eine stetige, aber nicht differenzierbare Funktion ist

$$f(x) = \boxed{|x|}.$$

c) Eine ungerade und periodische Funktion ist

$$f(x) = \boxed{\sin x}.$$

d) Eine streng monoton wachsende Potenzfunktion ist

$$f(x) = \boxed{x}.$$

Aufgabe 5. Vervollständigen Sie die nachstehenden Aussagen möglichst sinnvoll.

a) Eine streng monoton fallende Funktion $f(x)$ ist immer

injektiv

Die Funktion $g(x) = -f(x)$ ist

streng monoton wachsend

ihre Umkehrfunktion $g^{-1}(x)$ ist

streng monoton wachsend

b) Jede differenzierbare Funktion ist

stetig

Eine allgemeine Potenzfunktion $f(x) = x^r (r \in \mathbb{R})$ ist genau dann nicht differenzierbar

wenn

$0 < r < 1$

c) Eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ heißt

gerade

Eine solche Funktion ist niemals

injektiv

Die Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = x \cdot f(x)$ ist

ungerade